

ΣΑΕ - Τυπολόγιο

$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-s \cdot t} dt$	$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) \cdot e^{s \cdot t} ds$
Θεώρημα αρχικής τιμής: $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s), t > 0$ (F(s): τάξη αριθμητή > τάξη παρονομαστή)	Θεώρημα τελικής τιμής: $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s), \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ υπάρχει και πόλοι sF(s) στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο)
<u>Ιδιότητα 1:</u> Γραμμικότητα: (α) $L[\alpha_1 f_1(t) + \alpha_2 f_2(t)] = \alpha_1 F_1(s) + \alpha_2 F_2(s)$ (β) $L^{-1}[b_1 F_1(s) + b_2 F_2(s)] = b_1 f_1(t) + b_2 f_2(t)$	<u>Ιδιότητα 6:</u> Αλλαγή κλίμακας χρόνου: $L[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$
<u>Ιδιότητα 2:</u> Παραγώγιση στο πεδίο του χρόνου: $L[f'(t)] = sF(s) - f(0), \quad L[f''(t)] = s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$ $L[f^{(n)}(t)] = s^n F(s) - s^{(n-1)} f(0) - s^{(n-2)} f'(0) - \dots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$	<u>Ιδιότητα 7:</u> Παραγώγιση στο πεδίο της συχνότητας: $L[t^n f(t)] = (-1)^n \frac{d^n F(s)}{ds^n}, n = 1, 2, 3, \dots$
<u>Ιδιότητα 3:</u> Ολοκλήρωση στο πεδίο του χρόνου: $L\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$	<u>Ιδιότητα 8:</u> Ολοκλήρωση στο πεδίο της συχνότητας: $L\left[\frac{f(t)}{t}\right] = \int_s^\infty F(w) dw$
<u>Ιδιότητα 4:</u> Μετατόπιση στο πεδίο του χρόνου: $L[f(t - T)] = e^{-sT} F(s)$	<u>Ιδιότητα 9:</u> Συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου: $L[f_1(t) * f_2(t)] = F_1(s) \cdot F_2(s)$
<u>Ιδιότητα 5:</u> Μετατόπιση στο πεδίο της συχνότητας: $L^{-1}[e^{-at} f(t)] = F(s + a)$	<u>Ιδιότητα 10:</u> Περιοδική συνάρτηση $f(t) = f(t+T)$ $L[f(t)] = \frac{1}{1 - e^{-Ts}} \int_0^T e^{-st} f(t) dt$

α/α	f(t)	F(s)	α/α	f(t)	F(s)
1.	$\delta(t)$ (κρουστική)	1	9.	$e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(b \cdot t)$	$\frac{b}{(s + \alpha)^2 + b^2}$
2.	$u(t)$ (μοναδ. βηματική)	$\frac{1}{s}$	10.	$e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(b \cdot t)$	$\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + b^2}$
3.	t (αναρρίχηση)	$\frac{1}{s^2}$	11.	$\sinh(b \cdot t)$	$\frac{b}{s^2 - b^2}$
4.	$t^n, n = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	12.	$\cosh(b \cdot t)$	$\frac{s}{s^2 - b^2}$
5.	$e^{-\alpha \cdot t}$	$\frac{1}{s + \alpha}$	13.	$e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sinh(b \cdot t)$	$\frac{b}{(s + \alpha)^2 - b^2}$
6.	$t^n e^{-\alpha \cdot t}, n = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{n!}{(s + \alpha)^{n+1}}$	14.	$e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cosh(b \cdot t)$	$\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 - b^2}$
7.	$\sin(b \cdot t)$	$\frac{b}{s^2 + b^2}$	15.	$t \sin(b \cdot t)$	$\frac{2bs}{(s^2 + b^2)^2}$
8.	$\cos(b \cdot t)$	$\frac{s}{s^2 + b^2}$	16.	$t \cos(b \cdot t)$	$\frac{s^2 - b^2}{(s^2 + b^2)^2}$

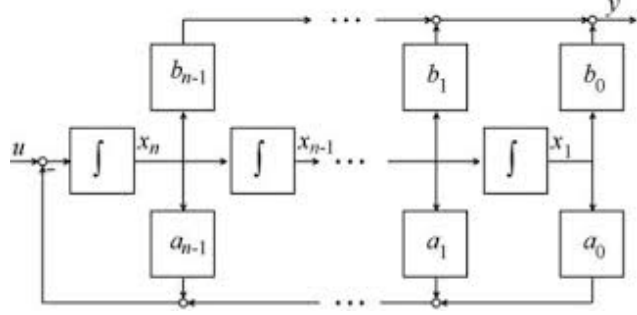
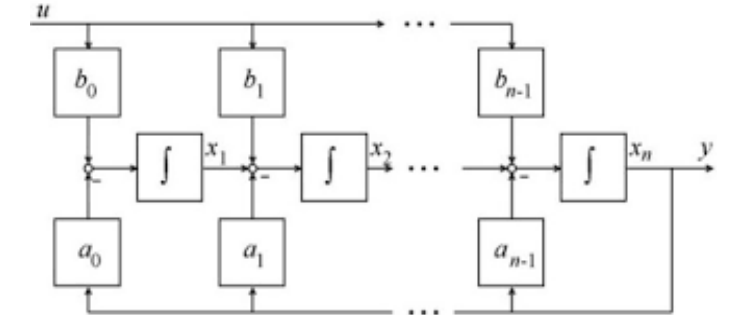
Μοναδιαία βηματική απόκριση δευτεροβάθμιου συστήματος ($0 < \zeta < 1$)

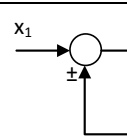
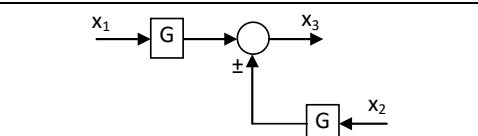
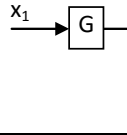
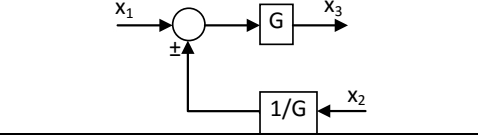
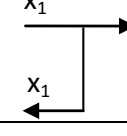
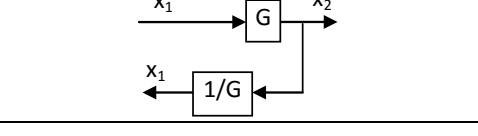
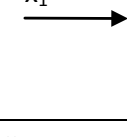
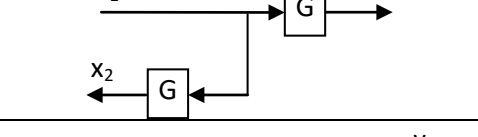
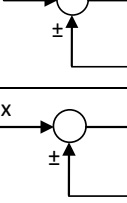
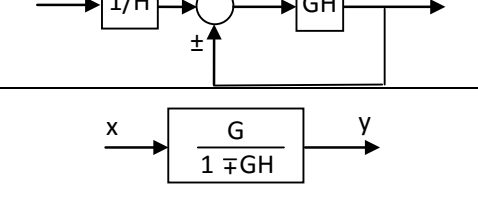
$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\omega_d t + \phi), \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta}, \quad M_p = e^{-\pi \zeta / \sqrt{1 - \zeta^2}}, \quad t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$\text{Χρόνος ανύψωσης: } t_{r(10\% - 90\%)} \approx \frac{2.16\zeta + 0.6}{\omega_n}, \quad t_{r(0\% - 100\%)} \approx \frac{\pi - \beta}{\omega_d}, \quad \beta = \tan^{-1} \frac{\omega_d}{\sigma}$$

$$\text{Χρόνος αποκατάστασης (2%): } t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n}, \quad \text{Χρόνος αποκατάστασης (5%): } t_s = \frac{3}{\zeta \omega_n}$$

Εξισώσεις κατάστασης $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0$ $y(t) = Cx(t) + Du(t)$ Επίλυση (μιγαδικό πεδίο) $X(s) = \Phi(s)x_0 + \Phi(s)BU(s)$ $Y(s) = C\Phi(s)x_0 + (C\Phi(s)B + D)U(s)$	Πίνακας ελεγχιμότητας: $P = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$ Πίνακας παρατηρητικότητας: $Q = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$
--	--

Κανονικές μορφές εξισώσεων κατάστασης. 1η κανονική μορφή $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$ $y(t) = [b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{n-1}]x(t)$ 	2η κανονική μορφή $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{n-1} \end{bmatrix} u(t)$ $y(t) = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]x(t)$ 
---	---

Μετασχηματισμός Διαγραμμάτων Βαθμίδας	Αρχικό διάγραμμα	Ισοδύναμο Διάγραμμα
1. Μετακίνηση αθροιστή πίσω από ΔΒ		
2. Μετακίνηση αθροιστή μπροστά από ΔΒ		
3. Μετακίνηση σημείου λήψης πίσω από ΔΒ		
4. Μετακίνηση σημείου λήψης μπροστά από ΔΒ		
5. Απαλοιφή ΔΒ από την ανάδραση		
6. Απαλοιφή βρόχου ανάδρασης	