

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ : Α' Πρόοδος 2014–2015

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΔΙΔΑΣΚΩΝ : ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΠΕΤΡΟΠΟΥΛΟΣ

ΘΕΜΑ 1 (15 μονάδες): Έστω μία συνάρτηση $y = f(x)$. Να εξηγήσετε την διαφορά ανάμεσα στα σύμβολα $f^{-1}(y) = x$ και $f^{-1}(x) = 1/f(x)$. Στην συνέχεια να δώσετε τον ορισμό της παραγώγου αντίστροφης συνάρτησης και να τον χρησιμοποιήσετε για να υπολογίσετε τις παραγώγους των αντιστρόφων τριγωνομετρικών συναρτήσεων: $y = \arcsin x$ και $z = \arctan x$.

ΘΕΜΑ 2 (20 μονάδες): Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης

$$y = \frac{3x^3 \cos 4x}{\sin 2x}$$

ΘΕΜΑ 3 (15 μονάδες): Δίνεται η συνάρτηση $y = (1 - x^2)^{-1/2} \arcsin x$. Να δείξετε ότι ικανοποιεί την εξίσωση

$$(1 - x^2)y' = 1 + xy$$

ΘΕΜΑ 4 (20 μονάδες): Να χρησιμοποιήσετε τον αναδρομικό τύπο του Leibniz και να υπολογίσετε την παράγωγο έβδομης τάξης για την συνάρτηση

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^{-3}}$$

ΘΕΜΑ 5 (20 μονάδες): Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = -3x^2 + x^3$$

Να μελετηθεί ως προς τα ακρότατα και τα σημεία καμπής (αν υπάρχουν) και να γίνει η γραφική της παράσταση.

ΘΕΜΑ 6 (30 μονάδες): Να υπολογιστούν τα αόριστα ολοκληρώματα

$$A = \int \frac{2 \, dx}{x^2 + 2x + 2} \quad \text{και} \quad B = 20 \int \sin 3x \cos 7x \, dx$$

ΘΕΜΑ 7 (30 μονάδες): Να υπολογιστούν τα αόριστα ολοκληρώματα

$$C = 2 \int e^x \sin 2x \, dx \quad \text{και} \quad D = 5 \int x^4 \ln x \, dx$$

ΘΕΜΑ 8 (20 μονάδες): Να υπολογιστεί το αόριστο ολοκλήρωμα

$$I = \int \frac{3\alpha \, dx}{3 + 2 \sin x + \cos x}$$

όπου α είναι μια σταθερά.

Βαθμολογία: 100 μονάδες = 10

Διάρκεια εξέτασης: 1 ώρα και 45 λεπτά

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!!