

## ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>η</sup>

### Υπολογισμός του ρυθμού λαθών σε συμμετρικό δυαδικό κανάλι σε συνάρτηση με το λόγο ενέργειας ανά bit προς τη φασματική πυκνότητα θορύβου του καναλιού για διαμόρφωση BPSK

#### 3.1 Σκοπός της άσκησης

Σκοπός της άσκησης είναι να υπολογιστεί και να αναπαρασταθεί για ένα δυαδικό συμμετρικό κανάλι επικοινωνίας, ο ρυθμός λαθών (Bit Error Rate, BER) σε συνάρτηση με το με το λόγο  $\gamma = \frac{E_b}{N_0}$ , της ενέργειας ανά bit  $E_b$  προς τη φασματική πυκνότητα θορύβου του καναλιού  $N_0$ . Ο θόρυβος του καναλιού επικοινωνίας θεωρείται λευκός, προσθετικός θόρυβος κατανομής Gauss (Additive White Gaussian Noise, AWGN).

#### 3.2 Θεωρητικό μέρος

Για δυαδικό συμμετρικό κανάλι, η πιθανότητα λάθους  $p$  (crossover probability) στο εκπεμπόμενο σύμβολο (bit) εξαρτάται από τη χρησιμοποιούμενη διαμόρφωση και από τη τιμή του λόγου σήματος προς θόρυβο (Signal-to Noise Ratio, SNR) στη λήψη (έξοδος του καναλιού). Όταν η διαμόρφωση που χρησιμοποιείται είναι BPSK τότε η πιθανότητα λάθους (ή διαφορετικά ο ρυθμός λαθών) δίνεται από τη σχέση, [5, 11]:

$$\text{BER}_{\text{BPSK}} = p = Q(\sqrt{2\gamma}) = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (3.1)$$

όπου  $\gamma = \frac{E_b}{N_0}$  είναι ο λόγος της ενέργειας  $E_b$  ανά λαμβανόμενο σύμβολο (bit) προς τη φασματική πυκνότητα  $N_0$  του θορύβου του καναλιού, μέγεθος αντίστοιχο με το λόγο σήμα προς θόρυβο αλλά στο επίπεδο του εκπεμπόμενου συμβόλου (bit για δυαδικό σύστημα σηματοδοσίας).

#### 3.3 Εργαστηριακό μέρος

Να γράψετε στο MATLAB πρόγραμμα υπολογισμού και αναπαράστασης του ρυθμού λαθών για δυαδικό συμμετρικό κανάλι σε συνάρτηση με το λόγο  $\gamma = \frac{E_b}{N_0}$  της ενέργειας ανά bit  $E_b$  προς τη φασματική πυκνότητα του θορύβου του καναλιού  $N_0$ .

#### Πρόγραμμα

```
gamma_db=[-50:0.1:50];
gamma=10.^(gamma_db./10);
err=0.5*erfc(sqrt(gamma));
clf
semilogx(gamma_db,err), grid on;
xlabel ('Energy per bit per noise spectral density for BSC-BPSK');
ylabel ('BER of BPSK');
```

### Εξήγηση Προγράμματος

Κατ αρχήν ορίζουμε τη μεταβλητή  $\gamma = \frac{E_b}{N_0}$ . Στη μεταβλητή  $\gamma$  δίνουμε τιμές σε dB, από  $-50$ dB έως  $50$ dB με βήμα αύξησης ίσο με  $0.1$  (πρόκειται για ενδεικτικές τιμές). Αυτό πραγματοποιείται μέσω της εντολής:

$$\text{gamma\_db}=[-50:0.1:50]; \quad (3.2)$$

Με δεδομένη την έκφραση του  $\gamma$  σε dB, μετατρέπουμε το λόγο  $\gamma$  σε καθαρό αριθμό με την εντολή:

$$\text{gamma}=10.^{(\text{gamma\_db}/10)}; \quad (3.3)$$

Η πιθανότητα λάθους (ρυθμός λαθών) (BER) (μεταβλητή *err*) υπολογίζεται μέσω της εντολής:

$$\text{err}=0.5*\text{erfc}(\text{sqrt}(\text{gamma})); \quad (3.4)$$

Η γραφική παρουσιάζεται με ονομασίες στους δύο άξονες τις επόμενες:

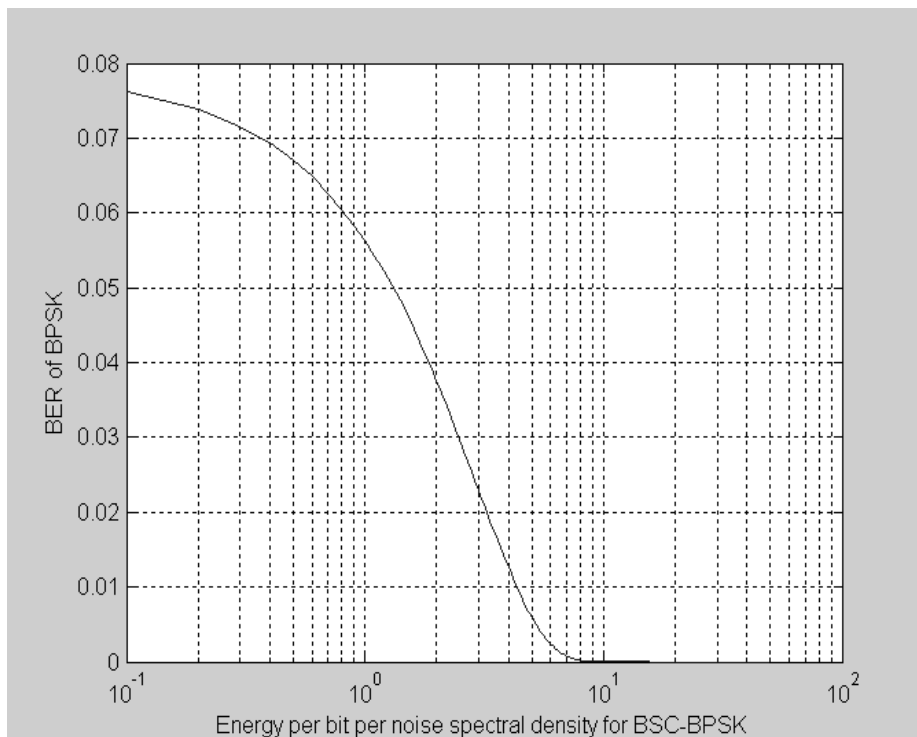
$$\begin{aligned} \text{xlabel}(\text{'Energy per bit per noise spectral density for BSC-BPSK'}); \\ \text{ylabel}(\text{'BER of BPSK'}); \end{aligned} \quad (3.5)$$

Επίσης, έχουμε απαιτήσει ο άξονας x να είναι λογαριθμικός μέσω της εντολής:

$$\text{semilogx}(\text{gamma}, \text{c}), \text{grid on}; \quad (3.6)$$

Με την προηγούμενη εντολή, επίσης, έχουμε ζητήσει από το MATLAB να εμφανίσει “πλέγμα” (*grid on*) στην γραφική παράσταση που θα παραχθεί.

## Έξοδος προγράμματος



**Εικόνα 3.1** Ρυθμός λαθών (BER) για δυαδικό συμμετρικό κανάλι (BSC) σε συνάρτηση με το λόγο ενέργειας ανά bit προς τη φασματική πυκνότητα θορύβου του καναλιού για διαμόρφωση BPSK (Έξοδος από εκτέλεση του προγράμματος στο *MATLAB*).

### 3.4 Πρόσθετες εργασίες

1. Ποιος ρυθμός λαθών κατά προσέγγιση, για την περίπτωση καναλιού επικοινωνίας με λόγο ενέργειας ανά bit προς τη φασματική πυκνότητα θορύβου του καναλιού ίσο με 0dB;
2. Να γράψετε πρόγραμμα στο *MATLAB* το οποίο θα υπολογίζει και θα αναπαριστάει το ρυθμό λαθών για δυαδικό συμμετρικό κανάλι με διαμόρφωση DPSK. Σας δίνεται η έκφραση του ρυθμού λαθών  $BER_{DPSK}$ ,  $p$ , για τη διαμόρφωση DPSK, [5,11]:

$$BER_{DPSK} = p = \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{E_b}{N_0}} \quad (3.7)$$

3. Εξηγήστε γιατί η αύξηση του λόγου  $\frac{E_b}{N_0}$  οδηγεί σε μείωση του ρυθμού λαθών σε ένα σύστημα διαμόρφωσης BPSK.