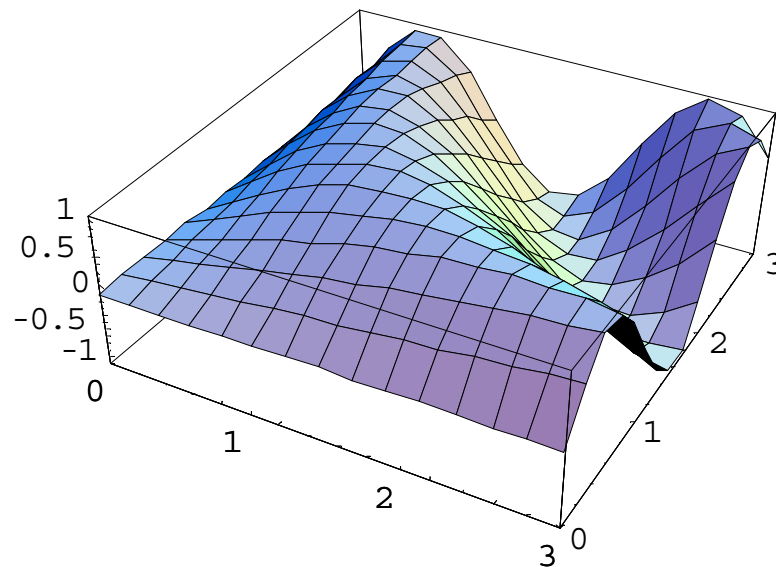


MATHEMATICA



**A System for Doing Mathematics by
Computer**

Χ. Μασούρος, Επίκουρος Καθηγητής, ΤΕΙ Χαλκίδας

Χ. Τσίτουρας, Καθηγητής, ΤΕΙ Χαλκίδας

Ι. Φαμέλης, Επίκουρος Καθηγητής, ΤΕΙ Αθήνας

Εργαστήριο M2 (2ο εξάμηνο μηχανολόγων)

1. Εισαγωγή στο Mathematica.
 - a. Εισαγωγή στο περιβάλλον,
 - b. Οι έννοιες των συμβολικών και Αριθμητικών υπολογισμών
 - c. Αριθμοί (πραγματικοί και μιγαδικοί) στο Mathematica,
 - d. Αλγεβρικές πράξεις στο Mathematica
 - e. Πίνακες, λίστες και Βασική Γραμμική Άλγεβρα στο Mathematica
2. Εισαγωγή στον Διαφορικό και Ολοκληρωτικό Λογισμό συναρτήσεων μίας μεταβλητής στο Mathematica.
 - a. Ορισμός βαθμωτών συναρτήσεων μίας μεταβλητής και γραφήματά τους στο Mathematica
 - b. Όρια, παράγωγοι, ολοκληρώματα στο Mathematica,
 - c. Σειρές, Δυναμοσειρές, Σειρές Taylor στο Mathematica
 - d. Εφαρμογές
3. Διανύσματα και συστήματα συντεταγμένων στο Mathematica.
4. Διανυσματικές συναρτήσεις και διανυσματική Ανάλυση στο Mathematica.
Εφαρμογές.

5. Εισαγωγή στον Διαφορικό και Ολοκληρωτικό Λογισμό συναρτήσεων πολλών μεταβλητών στο Mathematica.

a. Ορισμός βαθμωτών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών και γραφήματά τους στο Mathematica

b. Όρια, μερικές παράγωγοι, παράγωγος κατά κατεύθυνση, κλίση, στο Mathematica .

6. Εφαρμογές διαφορικού λογισμού πολλών μεταβλητών στους μηχανικούς. Ολικό διαφορικό, προβλήματα βελτιστοποίησης σε συναρτήσεις πολλών μεταβλητών κ.λ.π.

7. Διπλά και τριπλά ολοκληρώματα στο Mathematica και εφαρμογές τους στη Μηχανική (Ροπές, κέντρα μάζας, όγκοι).

8. Διανυσματικά πεδία και διαφορικοί τελεστές στο Mathematica (λαπλασιανή, απόκλιση, στροβιλισμός κ.λ.π.). Επικαμπύλια ολοκληρώματα. Εφαρμογή στο έργο δύναμης επί καμπύλης στο χώρο. Συναρτήσεις δυναμικού και συντηρητικά πεδία.

9. Επιφανειακά ολοκληρώματα στο Mathematica και εφαρμογές.
10. Εισαγωγή στις διαφορικές εξισώσεις στο Mathematica. Ορισμός τους, συμβολική και αριθμητική τους επίλυση.
11. Επίλυση εφαρμοσμένων προβλημάτων διαφορικών εξισώσεων στο Mathematica.
12. Εισαγωγή στις περιοδικές συναρτήσεις. Σειρές και Μετασχηματισμός Fourier στο Mathematica. Εφαρμογές για μηχανικούς.
13. Μετασχηματισμός Laplace στο Mathematica. Εφαρμογή στη λύση των διαφορικών εξισώσεων σε τεχνολογικά προβλήματα.
14. Εξέταση

Το Mathematica

- δίνει τη δυνατότητα να κάνουμε αριθμητικούς και συμβολικούς υπολογισμούς (συμβολική άλγεβρα),
- είναι μία γλώσσα για να αναπτύσσουμε κανόνες μετασχηματισμών και να εκφράζουμε γενικές μαθηματικές σχέσεις,
- είναι ένα διαδραστικό περιβάλλον για αριθμητική, συμβολική και γραφική διερεύνηση,
- παρέχει ένα προγραμματιστικό περιβάλλον με δυνατότητες διαφόρων ειδών προγραμματισμού (π.χ. διαδικαστικού, συναρτησιακού),
- είναι ένα εργαλείο για την προετοιμασία δεδομένων εισόδου για άλλα προ-γράμματα και επεξεργασίας αποτελεσμάτων άλλων προγραμμάτων.

Το *Mathematica* εκτελείται σε πολλές πλατφόρμες (*dos, macos, windows, unix* κ.λ.π.). Αποτελείται από δυο βασικά μέρη, τον *πυρήνα* (*kernel*) που κάνει όλους τους υπολογισμούς και το *προσκήνιο* (*front end*) που αναλαμβάνει την επικοινωνία με τον χρήστη.

The image shows the Mathematica 5.0 interface. At the top is the main window titled "Mathematica 5.0" with a menu bar (File, Edit, Cell, Format, Input, Kernel, Find, Window, Help). Below it is a notebook window titled "first.nb *" containing four input/output pairs:

- In[1]:= 1 + 2
Out[1]= 3
- In[2]:= D[(x^2 + 2)/(2 x + 3), x]
Out[2]= $\frac{2 x}{3 + 2 x} - \frac{2 (2 + x^2)}{(3 + 2 x)^2}$
- In[3]:= Sqrt [16]
Out[3]= 4
- In[4]:= $\sqrt{16}$
Out[4]= 4

To the right of the notebook is a palette window containing various mathematical symbols and functions. Arrows from labels on the right point to these elements:

- "Τυπική εμφάνιση" points to the Mathematica 5.0 window title bar.
- "Προσκήνιο" points to the palette window.
- "Κελί - 4" points to the fourth input cell in the notebook.
- "Πατάμε Shift+Enter για αποτέλεσμα" points to the output of the fourth cell.

Βασικοί κανόνες συντακτικού

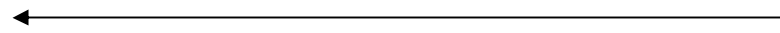
- ✓ Είναι ιδιαίτερα ευαίσθητο στη χρήση κεφαλαίων και πεζών γραμμάτων π.χ. άλλο η μεταβλητή με όνομα A και άλλο η μεταβλητή με όνομα a .
- ✓ Στα ονόματα χαρακτηριστικών (π.χ. ονόματα μεταβλητών, συναρτήσεων που ορίζουμε εμείς) μπορούν να χρησιμοποιηθούν όποιοι χαρακτήρες θέλουμε (εκτός τον χαρακτήρα κενό) αρκεί τα επιλεγμένα ονόματα να μην αρχίζουν από αριθμό και να μην ταυτίζονται με το όνομα δεσμευμέ-νης λέξης ή έκφρασης του *Mathematica*. Μια καλή σύμβαση είναι να επιλέγονται ονόματα με πεζά γράμματα.
- ✓ Οι εντολές (ονόματα συναρτήσεων και διαδικασιών) και οι δεσμευμένες λέξεις που εμφανίζονται στην κλήση τους και καθορίζουν τιμές παραμέτρων των εντολών όπως και οι δεσμευμένες λέξεις για σταθε-ρές ποσότητες ξεκινάνε με κεφαλαίο γράμμα και στην περίπτωση που απο-τελούνται από περισσότερες από μία λέξεις ενωμένες, η κάθε νέα λέξη ξεκινά με κεφαλαίο γράμμα. π.χ. *Sqrt, ArcTan, Solve, Pi, Frame*.
- ✓ Οι παράμετροι των συναρτήσεων τοποθετούνται σε αγκύλες και στην περίπτωση περισσότερων της μίας χωρίζονται με κόμμα (,).
- ✓ Οι λίστες (ειδικά οι πίνακες και τα διανύσματα) εμφανίζονται σε άγκιστρα.

- ✓ Διπλά άγκιστρα χρησιμοποιούνται για να καθορίσουμε δείκτες στις λίστες.
- ✓ Για το τέλος της εισόδου και την αρχή του υπολογισμού του περιεχομένου ενός κελιού πατάμε **Shift+Enter**.
- ✓ Οι παρενθέσεις χρησιμοποιούνται για να καθορίσουμε τη σειρά των αλγεβρικών πράξεων.
- ✓ Η χρήση του χαρακτήρα ; στο τέλος μιας εντολής έχει ως αποτέλεσμα ο υπολογισμός να γίνει αλλά να μην εμφανιστεί το αποτέλεσμα. Με τη χρήση του μπορούμε να χωρίσουμε διαφορετικές εντολές οι οποίες γράφονται σε μία γραμμή.
- ✓ Η χρήση των συμβόλων =, :=, ==, != πολλές φορές οδηγεί σε λάθη
 - α. Το = αναφέρεται στην άμεση εκχώρηση τιμής σε μία μεταβλητή ή την ταυτόχρονη εκχώρηση τιμής σε παραπάνω από μία μεταβλητές
 - β. Το := αναφέρεται στον ορισμό συνάρτησης και στην εκχώρηση με καθυστέρηση, οπότε ο υπολογισμός αυτός δεν θα γίνει άμεσα αλλά όταν και όποτε ζητηθεί η ποσότητα
 - γ. Το == αναφέρεται στον συγκριτικό τελεστή της ισότητας που χρησιμοποιείται (εκτός άλλων) και στον ορισμό εξισώσεων.
 - δ. Το != αναφέρεται στον συγκριτικό τελεστή της μη ισότητας

Παραδείγματα

In[1]:= **a = 2**

Out[1]= 2



Κελί -1

In[2]:= **A - a**

Out[2]= -2 + A

In[3]:= **my number = 2**

Set::write : Tag Times in my number is Protected. >>

Out[3]= 2

In[4]:= **a * b = 2**

Set::write : Tag Times in 2 b is Protected. >>

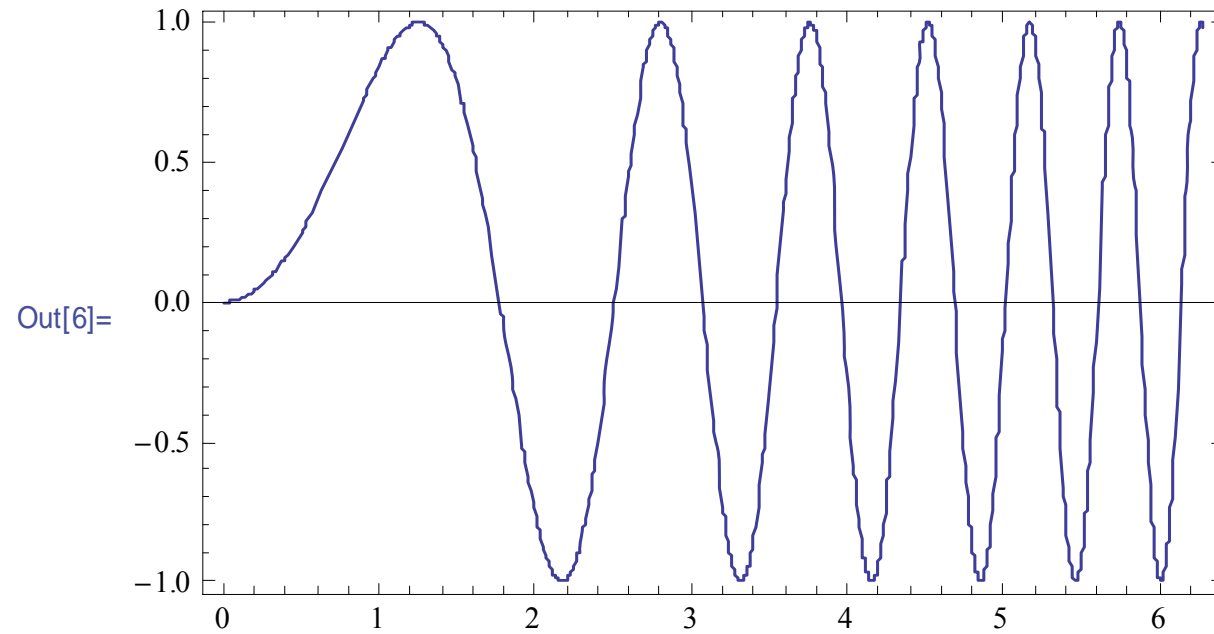
Out[4]= 2

Το κενό θεωρείται σημείο
πολλαπλασιασμού

```
In[5]:= Sin[Pi / 2]
```

```
Out[5]= 1
```

```
In[6]:= Plot[Sin[x^2], {x, 0, 2 * Pi}, Frame → True]
```



```
In[7]:= matrix = {{a, b}, {c, d}}
```

```
Out[7]= {{2, b}, {c, d}}
```

```
In[8]:= matrix[[1, 2]]
```

```
Out[8]= b
```

```
In[9]:= matrix[[2, 2]]
```

```
Out[9]= d
```

```
In[10]:= (4 * Pi - x) / (y + 1)
```

```
Out[10]=  $\frac{4\pi - x}{1 + y}$ 
```

```
In[11]:= a = 3; b = 5; c = a + b
```

```
Out[11]= 8
```

```
In[12]:= Solve[2 * x == 3, x]
```

```
Out[12]=  $\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{3}{2} \right\} \right\}$ 
```

Βοήθεια

In[1]:= ? Cos

Cos[z] gives the cosine of z. >>

επιλέγω

Cos

Cos[z]
gives the cosine of z.

MORE INFORMATION

EXAMPLES

Basic Examples (4)

The argument is given in radians:

In[1]:= Cos[Pi / 6]

Out[1]= $\frac{\sqrt{3}}{2}$

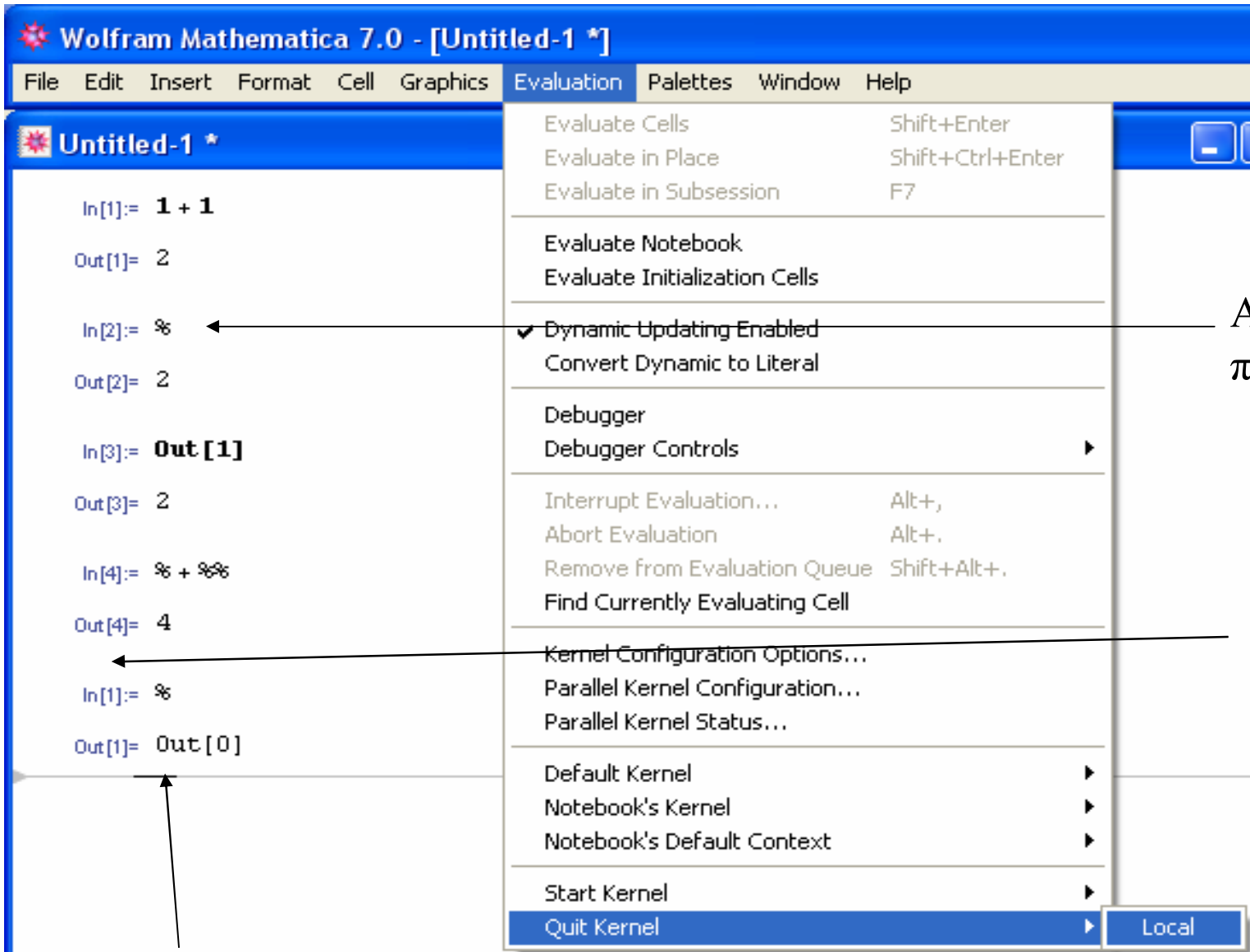
Use Degree to specify an argument in degrees:

In[1]:= Cos[30 Degree]

Out[1]= $\frac{\sqrt{3}}{2}$

και λαμβάνω πληροφορίες

Εξάσκηση: Βρείτε πληροφορίες για τα ημ, εφ, log, exp κ.ά.



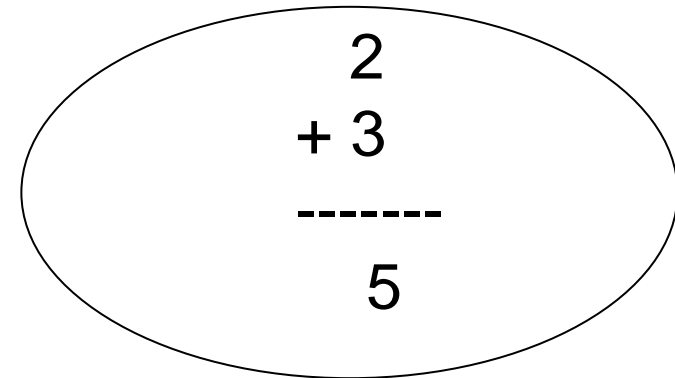
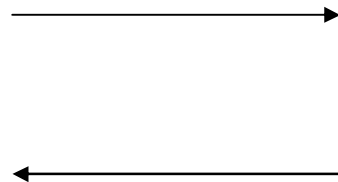
Αναφορά στο προηγούμενο κελί

Πατάμε Evaluation, Quit

Αρχικοποίηση του πηρύνα

Fronnd End & Kernel

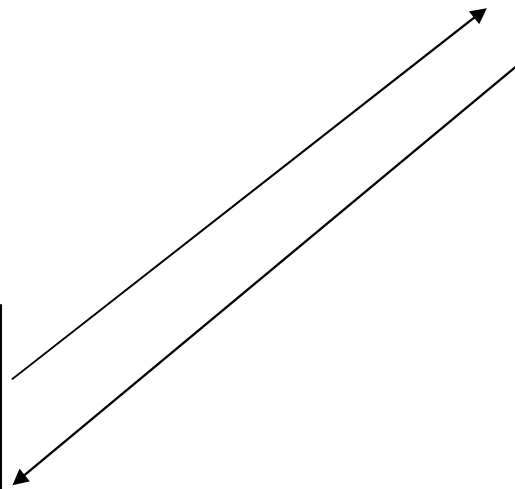
```
In[1]:= 2 + 3
Out[1]= 5
```



**Notebook
interfaces**

Kernel

```
In[2]:= D[(x^2 + 2) / (2x + 3), x]
Out[2]=  $\frac{2x}{3 + 2x} - \frac{2(2 + x^2)}{(3 + 2x)^2}$ 
```



first.nb *

In[1]:= 2 + 3

Out[1]= 5

In[2]:= **D**[(x^2 + 2) / (2 x + 3), x]

Out[2]= $\frac{2x}{3+2x} - \frac{2(2+x^2)}{(3+2x)^2}$

In[3]:= **Sqrt**[16]

Out[3]= 4

In[4]:= $\sqrt{4}$

Out[4]= 2

100%

\square^\square	$\frac{\square}{\square}$			
$\sqrt{\square}$	$\sqrt[\square]{\square}$			
$\int \square d\square$	$\partial_{\square} \square$			
$\int_{\square}^{\square} \square d\square$	$\partial_{\square, \square} \square$			
$\sum_{\square=\square} \square$	$\prod_{\square=\square} \square$			
$\left(\begin{smallmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{smallmatrix}\right)$	$\square[\square]$			
π	e	i	∞	\square
\times	\div	\times	\rightarrow	\Rightarrow
$=$	\neq	\leq	\geq	ϵ
\neg	\wedge	\vee	\cup	\cap
α	β	γ	δ	ϵ
ζ	η	θ	κ	λ
μ	ν	ξ	π	ρ
σ	τ	ϕ	ψ	χ
ψ	ω	Γ	Δ	Θ
Λ	Ξ	Φ	Ψ	Ω
\square_{\square}	\square_{\square}	\square_{\square}	\square_{\square}	\square_{\square}

ΒΑΣΙΚΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟΥ

- ευαίσθητο στη χρήση κεφαλαίων και πεζών γραμμάτων
- ονόματα χαρακτηριστικών να μην αρχίζουν από αριθμό και να μην ταυτίζονται με όνομα δεσμευμένης λέξης
- Οι εντολές, και οι δεσμευμένες λέξεις ξεκινάνε με κεφαλαίο γράμμα π.χ. Sqrt, ArcTan, Solve, Pi
- Οι παράμετροι των συναρτήσεων τοποθετούνται σε αγκύλες, και χωρίζονται με κόμμα (,) π.χ. Cos[x], Plot[Sin[x^2],{x,0,1},Frame->True]

- Οι λίστες εμφανίζονται σε άγκιστρα π.χ. το διάνυσμα $\{a,b,17\}$ ή ο πίνακας $matrix=\{\{a,b\},\{c,d\}\}$
- Διπλά άγκιστρα για να καθορίσουμε δείκτες στις λίστες π.χ. για τον `matrix` το `matrix[[1]]` είναι η πρώτη γραμμή και το `matrix[[1,2]]` ή `matrix [[1]][[2]]` είναι το στοιχείο `b`.
- Για το τέλος της εισόδου και αρχή του υπολογισμού του περιεχομένου ενός κελιού πατάμε `Shift+Enter`.
- Οι παρενθέσεις χρησιμοποιούνται για τη σειρά των αλγεβρικών πράξεων π.χ. $(4*\text{Pi}-x)/(y+1)$.
- Η χρήση του `;` στο τέλος μιας ο υπολογισμός να γίνει αλλά να μην εμφανιστεί το αποτέλεσμα π.χ. `x=N[Pi,9999]; a=3;b=5;c=a+b`

- Η χρήση των συμβόλων $=, :=, ==, !=$ πολλές οδηγεί σε λάθη
 - a. Το $=$ (άμεση) εκχώρηση τιμής
 $x=3$, $equation= y+2$ $x ==5$, $x=y=3$
 - b. Το $:=$ ορισμός συνάρτησης και εκχώρηση με καθυστέρηση
 $f[x]:=x^2+2$, $a:=2+3$ (ο υπολογισμός θα γίνει όποτε ζητηθεί η ποσότητα a)
 - c. Το $==$ συγκριτικός τελεστή της ισότητας που χρησιμοποιείται (εκτός άλλων) στον ορισμό εξισώσεων,
 $Solve\{x+y==3,2x+5y==7\}, \{x,y\}$
 - d. Το $!=$ συγκριτικός τελεστής της μη ισότητας
 $If[v!=w, Print["The two values are not equal"]$

Λάθη και Βοήθεια

```
In[1]:= Plat
```

```
General::spell :
```

```
Possible spelling error: new symbol name "Plat" is  
similar to existing symbols {Flat, Play, Plot}.
```

```
Out[1]= Plat
```

```
In[2]:= Cos []
```

```
Cos::argx :
```

```
Cos called with 0 arguments; 1 argument is expected.
```

```
Out[2]= Cos []
```

Λάθη και Βοήθεια

In[4]:= ? FactorInteger

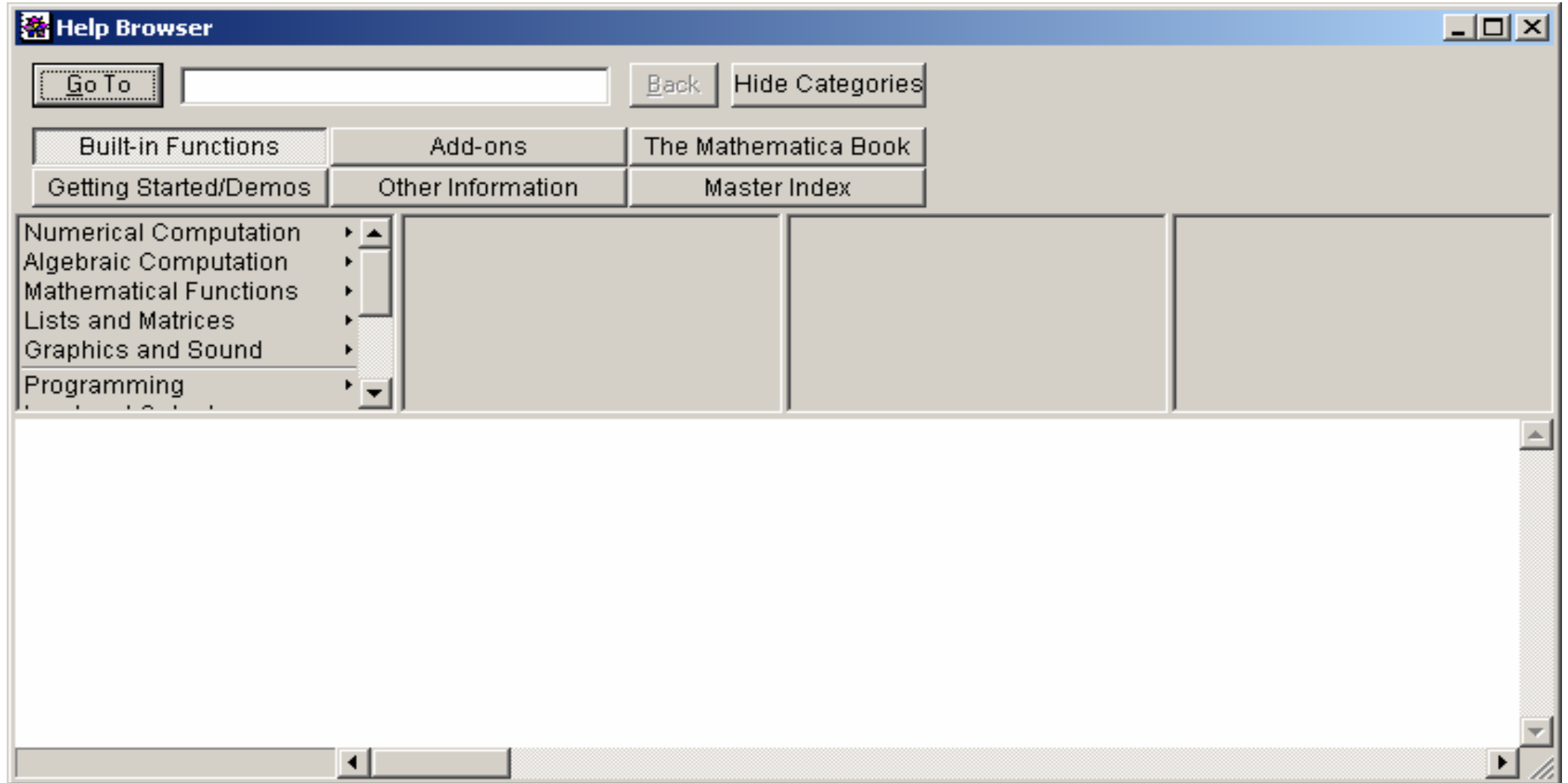
FactorInteger[n] gives a list of the prime factors of the integer n, together with their exponents.

In[5]:= ? Plot*

Plot	PlotDivision	PlotPoints	PlotRegion
Plot3D	PlotJoined	PlotRange	PlotStyle
Plot3Matrix	PlotLabel		

In[6]:= ? *Plot

ContourPlot	ListDensityPlot	ParametricPlot
DensityPlot	ListPlot	Plot
ListContourPlot		



In[7]:= 1 + 1

Out[7]= 2

In[8]:= 1 + %

Out[8]= 3

In[9]:= 1 + % + %%

Out[9]= 6

In[10]:= %8 + %

Out[10]= 9

Αριθμητικοί Τελεστές

- + για την πρόσθεση
- για την αφαίρεση
- * ή κενό για τον πολλαπλασιασμό
- / για τη διαίρεση
- ^ για την ύψωση σε δύναμη

Υπάρχουν και οι τελεστές πρόσημων + και -
π.χ. -2.

In[1]:= **x** ²

Out[1]= 2 x

In[2]:= **2 Pi** + 2

Out[2]= 2 + 2 π

In[3]:= **Pi**²

Out[3]= Pi²

In[4]:= **100** !

Out[4]= 93326215443944152681699238856266700490715968264381621468 :
5929638952175999932299156089414639761565182862536979208 :
272237582511852109168640000000000000000000000000000

In[5]:= **Factorial**[100]

Out[5]= 93326215443944152681699238856266700490715968264381621468 :
5929638952175999932299156089414639761565182862536979208 :
272237582511852109168640000000000000000000000000000

Μαθηματικές συναρτήσεις

In[1]:= **Exp**[3]

Out[1]= e^3

In[2]:= **Log**[-1, 2]

Out[2]= $-\frac{i \operatorname{Log}[2]}{\pi}$

In[3]:= **Round**[2.5]

Out[3]= 2

In[4]:= **Floor**[-2.1]

Out[4]= -3

In[5]:= **Ceiling**[2.1]

Out[5]= 3

In[6]:= **Max**[2, 3, 5, 5, 7, -1]

Out[6]= 7

In[7]:= **Min**[x, 2]

Out[7]= $\operatorname{Min}[2, x]$

In[8]:= **Sign**[-2]

Out[8]= -1

In[9]:= **Random**[]

Out[9]= 0.269566

In[10]:= **Mod**[5, 2]

Out[10]= 1

Μαθηματικές Σταθερές

In[1]:= Sin[Pi / 2]

Out[1]= 1

In[2]:= Log[E^7]

Out[2]= 7

In[3]:= Cos[90 Degree]

Out[3]= 0

In[4]:= I^2

Out[4]= -1

In[5]:= 1 / Infinity

Out[5]= 0

In[6]:= Infinity - Infinity

∞::indet :

Indeterminate expression

-∞ + ∞ encountered.

Out[6]= Indeterminate

In[7]:= 1 / 0

Power::infy : Infinite

expression $\frac{1}{0}$ encountered.

Out[7]= ComplexInfinity

Ακριβείς και Μη ακριβείς τιμές

Ακριβές σε χώρο και σε μνήμη

```
In[1]:= 2 / 3
```

```
Out[1]=  $\frac{2}{3}$ 
```

```
In[2]:= 1 + 2 / 3
```

```
Out[2]=  $\frac{5}{3}$ 
```

```
In[3]:= Sin[2]
```

```
Out[3]= Sin[2]
```

```
In[4]:= 22 / 3 > 23 / 4
```

```
Out[4]= True
```

```
In[5]:= 4 / 6
```

```
Out[5]=  $\frac{2}{3}$ 
```

Σφάλματα

```
In[6]:= 1. + 2 / 3
```

```
Out[6]= 1.66667
```

```
In[7]:= Sin[2.]
```

```
Out[7]= 0.909297
```

Μιγαδικοί

$$\text{In}[8]:= 2 + 4 / 5 \text{ I}$$

$$\text{Out}[8]= 2 + \frac{4 \text{ i}}{5}$$

$$\text{In}[9]:= 2. / 3 + \text{ I}$$

$$\text{Out}[9]= 0.666667 + \text{ i}$$

$$\text{In}[10]:= 1 + \text{ Sqrt}[2] \text{ I}$$

$$\text{Out}[10]= 1 + \text{ i} \sqrt{2}$$

$$\text{In}[11]:= 1 + \text{ Sqrt}[2.] \text{ I}$$

$$\text{Out}[11]= 1 + 1.41421 \text{ i}$$

$$\text{In}[13]:= \text{ Re}[2 + 5 \text{ I}]$$

$$\text{Out}[13]= 2$$

$$\text{In}[14]:= \text{ Im}[2 + 5 \text{ I}]$$

$$\text{Out}[14]= 5$$

$$\text{In}[16]:= (3 + 4 \text{ I}) / (2 + 5 \text{ I})$$

$$\text{Out}[16]= \frac{26}{29} - \frac{7 \text{ i}}{29}$$

$$\text{In}[17]:= \text{ Exp}[1 + \text{ I}]$$

$$\text{Out}[17]= e^{1+\text{i}}$$

$$\text{In}[18]:= \text{ Exp}[2. + 5 \text{ I}]$$

$$\text{Out}[18]= 2.096 - 7.08555 \text{ i}$$

Μιγαδικοί

In[19]:= **Exp**[**I Pi**]

Out[19]= -1

In[20]:= **Re**[**2 + 5 I**]

Out[20]= 2

In[21]:= **Im**[**2 + 5 I**]

Out[21]= 5

In[22]:= **Conjugate**[**2 + 5 I**]

Out[22]= 2 - 5 *i*

In[23]:= **Abs**[**2 + 5 I**]

Out[23]= $\sqrt{29}$

In[24]:= **Abs**[**2. + 5 I**]

Out[24]= 5.38516

In[25]:= **Arg**[**2 + 5 I**]

Out[25]= $\text{ArcTan}\left[\frac{5}{2}\right]$

In[26]:= **Arg**[**2. + 5 I**]

Out[26]= 1.19029

Αριθμητικοί Τύποι

Integer & Rational

Real

In[1]:= **Head**[2]

Out[1]= Integer

In[2]:= **Head**[2 / 3]

Out[2]= Rational

In[3]:= **Head**[Real]

Out[3]= Symbol

In[4]:= (3 / 7) ^ 20

Out[4]=
$$\frac{3486784401}{79792266297612001}$$

In[5]:= **N**[(3 / 7) ^ 20]

Out[5]= 4.36983×10^{-8}

Αριθμητικοί Τύποι Μετατροπές

In[14]:= **N**[(3 / 7) ^ 20]

Out[14]= 4.36983 × 10⁻⁸

In[15]:= **N**[(3 / 7) ^ 20, 200]

Out[15]= 4.369827506834896651086776142463051840168445313744277084:
6674901366212840827502788922329880388968659134813630040:
2997303226441346949277447832980369880128461651343983524:
56556032564623413249365097256500291 × 10⁻⁸

In[16]:= **N**[% , 30]

Out[16]= 4.36982750683489665108677614246 × 10⁻⁸

In[8]:= **Rationalize**[**N**[(3 / 7) ^ 20, 1000]]

Out[8]=
$$\frac{3486784401}{79792266297612001}$$

Αριθμητικοί Τύποι Μετατροπές

```
In[9]:= N[ E]
```

```
Out[9]= 2.71828
```

```
In[10]:= Rationalize[ N[ E] ]
```

```
Out[10]= 2.71828
```

```
In[11]:= Rationalize[ N[ E] , 10-6]
```

```
Out[11]=  $\frac{2721}{1001}$ 
```

```
In[12]:= Rationalize[ N[ E] , 0]
```

```
Out[12]=  $\frac{325368125}{119696244}$ 
```

Ακρίβεια αριθμητικών ποσοτήτων

μαντίσσα

εκθέτης

$$x.xxxx \times 10^y$$

123456789000

123456789999

$$1.2345 \times 10^{11}$$

Σφάλματα αναπαράστασης & πράξεων

Precision vs Accuracy

Απόλυτο σφάλμα $err = |\text{πραγματική τιμή} - \text{προσέγγιση}|$

Απ. σχετικό σφάλμα $relerr = err / |\text{πραγματική τιμή}|$

$$precision = -\log_{10}(relerr) \quad accuracy = -\log_{10}(err)$$

ο αριθμός όλων των
σημαντικών ψηφίων

ο αριθμός των σημαντικών
δεκαδικών ψηφίων

που έχει στην παράσταση του ο αριθμός

π.χ. Μία

προσέγγιση του
1000 e

```
In[1]:= tr = 2718.281828; appr = 2718.281;
```

```
In[2]:= -Log[10, Abs[tr - appr]]
```

```
Out[2]= 3.08197
```

```
In[3]:= -Log[10, Abs[tr - appr] / Abs[tr]]
```

```
Out[3]= 6.51626
```

Precision vs Accuracy στο Mathematica

$$\overbrace{d_1 \dots d_r \cdot d_{r+1} \dots d_p}^p \quad 0 < \alpha < p, \quad r = p - \alpha$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_a$

```
In[1]:= 5234567890.123456789
```

```
Out[1]= 5.234567890123456789 × 109
```

```
In[2]:= Precision[%]
```

```
Out[2]= 19
```

```
In[3]:= Accuracy[%]
```

```
Out[3]= 9
```

Machine-Precision numbers

In[1]:= `$MachinePrecision`

Out[1]= 16

In[2]:= `$MachineEpsilon`

Out[2]= 2.22045×10^{-16}

In[3]:= `1 + %`

Out[3]= 1.

In[4]:= `% - 1`

Out[4]= 2.22045×10^{-16}

In[5]:= `1 + % / 2`

Out[5]= 1.

In[6]:= `% - 1`

Out[6]= 0.

Machine-Precision numbers

In[10]:= **MachineNumberQ**[0.1234567890123456789]

Out[10]= False

In[11]:= **MachineNumberQ**[1]

Out[11]= False

In[12]:= **MachineNumberQ**[Pi]

Out[12]= False

In[7]:= **\$MaxMachineNumber**

Out[7]= 1.79769×10^{308}

In[8]:= **\$MinMachineNumber**

Out[8]= 2.22507×10^{-308}

In[9]:= **MachineNumberQ**[1.]

Out[9]= True

Arbitrary-Precision numbers

In[1]:= 1 2 3 4 5 . 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5

Out[1]= 1 2 3 4 5 . 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5

In[2]:= Precision[%]

Out[2]= 19

In[3]:= N[1 / 3, 20]

Out[3]= 0 . 3

In[4]:= \$MinNumber

Out[4]= 1 . 0 5 9 3 4 5 9 3 0 8 4 8 3 6 0 × 1 0⁻³²³²²⁸⁰¹⁵

In[5]:= \$MaxNumber

Out[5]= 1 . 4 4 0 3 9 7 1 9 3 9 8 1 7 8 5 × 1 0³²³²²⁸⁰¹⁰

Παράδειγμα

```
In[7]:= N[Sin[Exp[40]]]
```

```
Out[7]= 0.559762
```

```
In[8]:= N[Sin[Exp[40.]]]
```

```
Out[8]= -0.898417
```

```
In[9]:= N[Sin[Exp[40]], 16]
```

```
Out[9]= 0.559762
```

```
In[10]:= N[Sin[Exp[40]], 17]
```

```
Out[10]= 0.94808470848664736
```

```
In[11]:= N[Sin[Exp[40]], 18]
```

```
Out[11]= 0.948084708486647365
```

```
In[12]:= N[Sin[Exp[40]], 19]
```

```
Out[12]= 0.9480847084866473649
```


Μεταβλητές ορισμός

In[1]:= **x = 3**

Out[1]= 3

In[2]:= **y = x² + 2 x + 1**

Out[2]= 16

In[3]:= **z = N[Sin[y], 20]**

Out[3]= -0.28790331666506529478

Global

In[4]:= **x = 5**

Out[4]= 5

In[5]:= **y**

Out[5]= 16

Μεταβλητές: αν δεν έχει οριστεί τιμή

```
In[11]:= x1 = Sin[y1]
```

```
Out[11]= Sin[y1]
```

```
In[12]:= y1 = 5
```

```
Out[12]= 5
```

```
In[13]:= x1
```

```
Out[13]= Sin[5]
```

```
In[14]:= y1 = 2.
```

```
Out[14]= 2.
```

```
In[15]:= x1
```

```
Out[15]= 0.909297
```

Μεταβλητές: καθάρισμα τιμών

```
In[16]:= ? y1
```

```
Global`y1
```

```
y1 = 2.
```

```
In[17]:= Clear[y1]
```

```
In[18]:= y1
```

```
Out[18]= y1
```

```
In[19]:= ? y1
```

```
Global`y1
```

Μεταβλητές: Προσωρινή εκχώρηση (κανόνες rules)

In[20]:= **x1 = .**

In[21]:= **x1**

Out[21]= x1

In[22]:= **a = 2 b / . b → 3**

Out[22]= 6

In[23]:= **a**

Out[23]= 6

In[24]:= **b**

Out[24]= b

Συναρτήσεις: ορισμός

```
In[1]:= g[x_] := x + 2
```

```
In[4]:= ?g
```

```
In[2]:= g[1]
```

```
Global`g
```

```
g[x ] := x + 2
```

```
Out[2]= 3
```

```
In[5]:= Remove[g]
```

```
In[3]:= g[-1]
```

```
In[6]:= ?g
```

```
Out[3]= 1
```

```
Information::notfound :  
Symbol g not found.
```

Συναρτήσεις: formal & real parameters

```
In[7]:= Clear[f] ; f[x_] := Sin[x] / 2
```

```
In[8]:= f[a]
```

```
Out[8]=  $\frac{\text{Sin}[a]}{2}$ 
```

```
In[9]:= f[2]
```

```
Out[9]=  $\frac{\text{Sin}[2]}{2}$ 
```

```
In[10]:= f[2.]
```

```
Out[10]= 0.454649
```

```
In[11]:= f[a + 1]
```

```
Out[11]=  $\frac{1}{2} \text{Sin}[1 + a]$ 
```

Συναρτήσεις: formal & real parameters

```
In[12]:= Clear[f] ; f[x] := Sin[x] / 2
```

```
In[13]:= f[3]
```

```
Out[13]= f[3]
```

```
In[14]:= f[y]
```

```
Out[14]= f[y]
```

```
In[15]:= f[x]
```

```
Out[15]=  $\frac{\text{Sin}[x]}{2}$ 
```

Συναρτήσεις := ή =

```
In[16]:= Clear[fifo, x, a]; a = 2; fifo[y_] = y + a;  
        fifo1[y_] := y + a;
```

```
In[17]:= fifo[x]
```

```
Out[17]= 2 + x
```

```
In[18]:= fifo1[x]
```

```
Out[18]= 2 + x
```

```
In[19]:= a = 7
```

```
Out[19]= 7
```

```
In[20]:= fifo[x]
```

```
Out[20]= 2 + x
```

```
In[21]:= fifo1[x]
```

```
Out[21]= 7 + x
```


Συναρτήσεις := ή =

```
In[23]:= Clear[f]; f[x_] := D[x^3 + 1, x] / 2
```

```
In[24]:= f[3]
```

General::ivar : 3 is not a valid variable.

```
Out[24]=  $\frac{\partial_3 28}{2}$ 
```

```
In[25]:= Clear[f]; f[x_] = D[x^3 + 1, x] / 2
```

```
Out[25]=  $\frac{3 x^2}{2}$ 
```

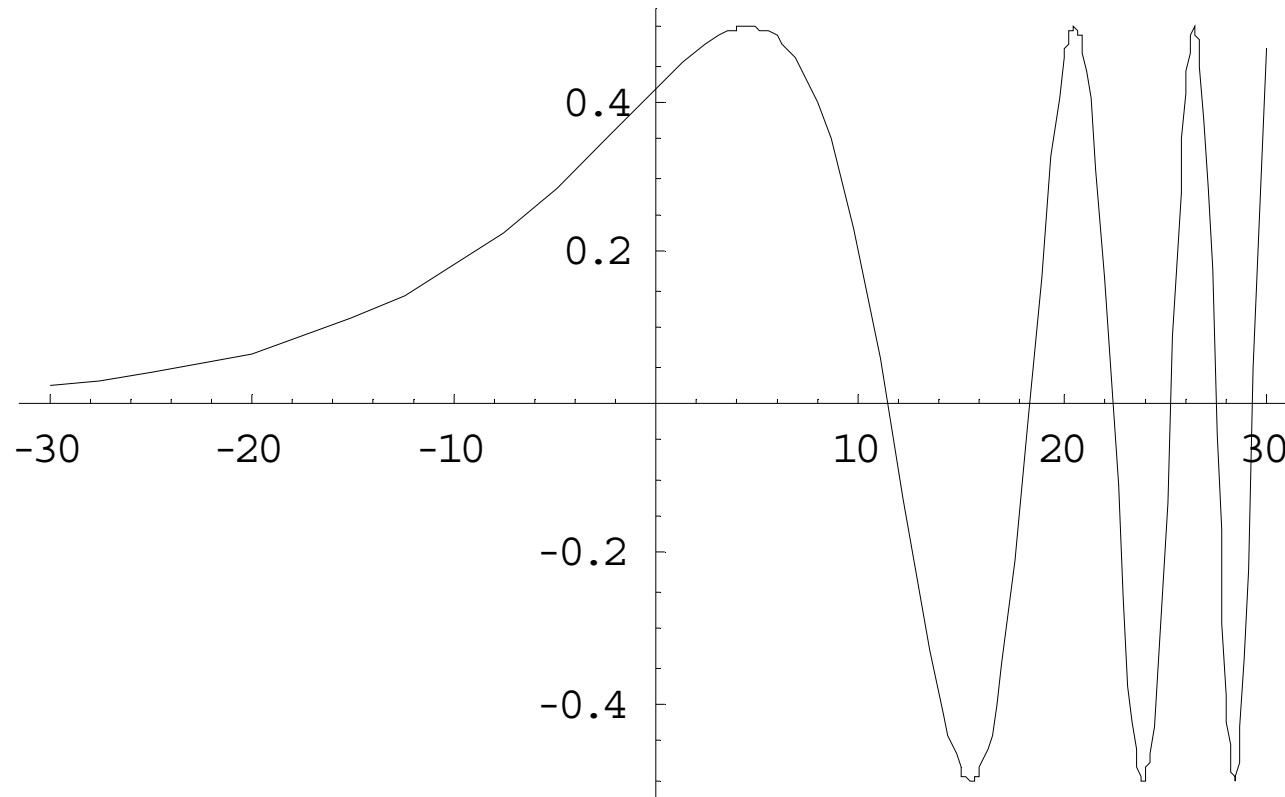
```
In[26]:= f[3]
```

```
Out[26]=  $\frac{27}{2}$ 
```

Συναρτήσεις

```
In[27]:= Clear[f]; f[x_] := Sin[Exp[x/10]] / 2
```

```
In[28]:= Plot[f[x], {x, -30, 30}]
```



```
Out[28]= - Graphics -
```

ΑΛΓΕΒΡΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

In[3]:= $q = (x + 1)^2 (2 + y)^3$

Out[3]= $(1 + x)^2 (2 + y)^3$

In[4]:= **Expand**[q, y]

Out[4]= $8 (1 + x)^2 + 12 (1 + x)^2 y + 6 (1 + x)^2 y^2 + (1 + x)^2 y^3$

In[8]:= **Factor**[%4]

Out[8]= $(1 + x)^2 (2 + y)^3$

In[11]:= **s = Collect**[q (z + 1)^3, {x, z}]

Out[11]= $(2 + y)^3 + 3 (2 + y)^3 z + 3 (2 + y)^3 z^2 + (2 + y)^3 z^3 +$
 $x^2 ((2 + y)^3 + 3 (2 + y)^3 z + 3 (2 + y)^3 z^2 + (2 + y)^3 z^3) +$
 $x (2 (2 + y)^3 + 6 (2 + y)^3 z + 6 (2 + y)^3 z^2 + 2 (2 + y)^3 z^3)$

In[15]:= **Variables[s]**

Out[15]= {x, y, z}

In[17]:= **Exponent[s, x]**

Out[17]= 2

In[21]:= **CoefficientList[s, x]**

Out[21]= { (2 + y)³ + 3 (2 + y)³ z + 3 (2 + y)³ z² + (2 + y)³ z³,
2 (2 + y)³ + 6 (2 + y)³ z + 6 (2 + y)³ z² + 2 (2 + y)³ z³,
(2 + y)³ + 3 (2 + y)³ z + 3 (2 + y)³ z² + (2 + y)³ z³ }

In[16]:= **Length[s]**

Out[16]= 6

In[22]:= **Part[s, 2]**

Out[22]= 3 (2 + y)³ z

In[29]:= **l = Expand[(x^2 + 1)^4 + 2 (x^2 + 1)^2 - 5]**

Out[29]= $-2 + 8x^2 + 8x^4 + 4x^6 + x^8$

In[30]:= **ld = Decompose[l, x]**

Out[30]= $\{-2 + 4x + x^2, 2x + x^2, x^2\}$

In[34]:= **ld[[2]] /. x -> ld[[3]]**

Out[34]= $2x^2 + x^4$

In[35]:= **Expand[ld[[1]] /. x -> %]**

Out[35]= $-2 + 8x^2 + 8x^4 + 4x^6 + x^8$

In[1]:= `rat = 1 + (x - 1) / (x + 1) ^ 2 + (x - 2) (x - 3) / (x + 1) ^ 3 + (2 x + 3) ^ 2 / ((x - 1) (2 x - 3))`

Out[1]= $1 + \frac{(-3 + x)(-2 + x)}{(1 + x)^3} + \frac{-1 + x}{(1 + x)^2} + \frac{(3 + 2x)^2}{(-1 + x)(-3 + 2x)}$

In[2]:= `ExpandNumerator[rat]`

Out[2]= $1 + \frac{-1 + x}{(1 + x)^2} + \frac{6 - 5x + x^2}{(1 + x)^3} + \frac{9 + 12x + 4x^2}{(-1 + x)(-3 + 2x)}$

In[3]:= `ExpandDenominator[rat]`

Out[3]= $1 + \frac{-1 + x}{1 + 2x + x^2} + \frac{(3 + 2x)^2}{3 - 5x + 2x^2} + \frac{(-3 + x)(-2 + x)}{1 + 3x + 3x^2 + x^3}$

In[5]:= **ExpandAll**[rat]

$$\begin{aligned} \text{Out[5]} = & 1 - \frac{1}{1 + 2x + x^2} + \frac{x}{1 + 2x + x^2} + \frac{9}{3 - 5x + 2x^2} + \\ & \frac{12x}{3 - 5x + 2x^2} + \frac{4x^2}{3 - 5x + 2x^2} + \frac{6}{1 + 3x + 3x^2 + x^3} - \\ & \frac{5x}{1 + 3x + 3x^2 + x^3} + \frac{x^2}{1 + 3x + 3x^2 + x^3} \end{aligned}$$

In[7]:= **Together**[rat]

$$\text{Out[7]} = \frac{27 + 3x + 104x^2 + 31x^3 + 29x^4 + 6x^5}{(-1 + x)(1 + x)^3(-3 + 2x)}$$

In[8]:= **Apart**[rat]

$$\text{Out[8]} = 3 - \frac{25}{-1 + x} + \frac{12}{(1 + x)^3} - \frac{9}{(1 + x)^2} + \frac{2}{1 + x} + \frac{72}{-3 + 2x}$$

In[1]:= **ComplexExpand**[**Sin**[**x** + **I** **y**] + **Cos**[**x** - **I** **y**]]

Out[1]= **Cos**[**x**] **Cosh**[**y**] + **Cosh**[**y**] **Sin**[**x**] +
 i (**Cos**[**x**] **Sinh**[**y**] + **Sin**[**x**] **Sinh**[**y**])

In[2]:= **ComplexExpand**[**Sin**[**x** + **I** **y**] + **Cos**[**x** - **I** **y**], **y**]

Out[2]= **Cos**[**x** + **Im**[**y**]] **Cosh**[**Re**[**y**]] +
Cosh[**Re**[**y**]] **Sin**[**x** - **Im**[**y**]] +
 i (**Cos**[**x** - **Im**[**y**]] **Sinh**[**Re**[**y**]] +
Sin[**x** + **Im**[**y**]] **Sinh**[**Re**[**y**]])

In[19]:= **Simplify**[**x**^3 + 3 **x**^2 + 3 **x** + 1]

Out[19]= (1 + **x**)³

In[20]:= **Simplify**[1 / (1 + **I**) ^ 5]

Out[20]= $-\frac{1}{8} + \frac{i}{8}$

ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ -ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

In[4]:= **s = Solve[2 x^2 + 3 x + 5 == 0, x]**

Out[4]= $\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{4} \left(-3 - i \sqrt{31} \right) \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{4} \left(-3 + i \sqrt{31} \right) \right\} \right\}$

In[5]:= **s[[1]]**

In[6]:= **s[[1, 1]]**

Out[5]= $\left\{ x \rightarrow \frac{1}{4} \left(-3 - i \sqrt{31} \right) \right\}$

Out[6]= $x \rightarrow \frac{1}{4} \left(-3 - i \sqrt{31} \right)$

In[8]:= **s[[1, 1, 2]]**

In[9]:= **s[[2, 1, 2]]**

Out[8]= $\frac{1}{4} \left(-3 - i \sqrt{31} \right)$

Out[9]= $\frac{1}{4} \left(-3 + i \sqrt{31} \right)$

In[16]:= **Solve**[$x^{10} + 1 == 0$, x]

Out[16]= $\{ \{x \rightarrow -i\}, \{x \rightarrow i\}, \{x \rightarrow -(-1)^{1/10}\}, \{x \rightarrow (-1)^{1/10}\},$
 $\{x \rightarrow -(-1)^{3/10}\}, \{x \rightarrow (-1)^{3/10}\}, \{x \rightarrow -(-1)^{7/10}\},$
 $\{x \rightarrow (-1)^{7/10}\}, \{x \rightarrow -(-1)^{9/10}\}, \{x \rightarrow (-1)^{9/10}\} \}$

In[17]:= **Factor**[$x^{10} - 1$]

Out[17]= $(-1 + x) (1 + x) (1 - x + x^2 - x^3 + x^4) (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)$

In[18]:= **1 = Expand**[$(x^2 + 1)^4 + 2(x^2 + 1)^2 - 5$]

Out[18]= $-2 + 8x^2 + 8x^4 + 4x^6 + x^8$

In[19]:= **Solve**[$1 == 0$, x]

Out[19]= $\{ \{x \rightarrow -\sqrt{-1 + \sqrt{-1 + \sqrt{6}}}\}, \{x \rightarrow \sqrt{-1 + \sqrt{-1 + \sqrt{6}}}\}, \{x \rightarrow -i\sqrt{1 + \sqrt{-1 + \sqrt{6}}}\}, \{x \rightarrow i\sqrt{1 + \sqrt{-1 + \sqrt{6}}}\},$
 $\{x \rightarrow -\sqrt{-1 - i\sqrt{1 + \sqrt{6}}}\}, \{x \rightarrow \sqrt{-1 - i\sqrt{1 + \sqrt{6}}}\}, \{x \rightarrow -\sqrt{-1 + i\sqrt{1 + \sqrt{6}}}\}, \{x \rightarrow \sqrt{-1 + i\sqrt{1 + \sqrt{6}}}\} \}$

In[20]:= **Solve**[1 + x == 0, x]

Out[20]= { {x → Root[-2 + #1 + 8 #1² + 8 #1⁴ + 4 #1⁶ + #1⁸ &, 1] } ,
 {x → Root[-2 + #1 + 8 #1² + 8 #1⁴ + 4 #1⁶ + #1⁸ &, 2] } ,
 {x → Root[-2 + #1 + 8 #1² + 8 #1⁴ + 4 #1⁶ + #1⁸ &, 3] } ,
 {x → Root[-2 + #1 + 8 #1² + 8 #1⁴ + 4 #1⁶ + #1⁸ &, 4] } ,
 {x → Root[-2 + #1 + 8 #1² + 8 #1⁴ + 4 #1⁶ + #1⁸ &, 5] } ,
 {x → Root[-2 + #1 + 8 #1² + 8 #1⁴ + 4 #1⁶ + #1⁸ &, 6] } ,
 {x → Root[-2 + #1 + 8 #1² + 8 #1⁴ + 4 #1⁶ + #1⁸ &, 7] } ,
 {x → Root[-2 + #1 + 8 #1² + 8 #1⁴ + 4 #1⁶ + #1⁸ &, 8] } }

In[21]:= **q** = (x² + 2 x + 5) / (1 - a) + 2 == 1

In[22]:= **Solve**[q, x]

Out[22]= { {x → -1 - √(-5 + a) } , {x → -1 + √(-5 + a) } }

In[1]:= Solve[{a x + 2 y + z == 3, 3 x + 4 y + 5 a z == 5, x + 2 y + z == b}, {x, y, z}]

$$\text{Out[1]= } \left\{ \left\{ \begin{array}{l} x \rightarrow -\frac{-3 + b}{-1 + a}, \quad y \rightarrow -\frac{-14 + 20 a + 3 b - 5 a^2 b}{2 (2 - 7 a + 5 a^2)}, \\ z \rightarrow -\frac{8 - 5 a - 3 b + 2 a b}{2 - 7 a + 5 a^2} \end{array} \right. \right\}$$

In[2]:= Solve[{2 x + 3 y + 5 z == 2, 10 y + 2 z == 6, 5 y + z == 7}, {x, y, z}]

Out[2]= {}

In[3]:= Solve[{2 x + 3 y + 5 z == 2, 10 y + 2 z == 2, 5 y + z == 1}, {x, y, z}]

Solve::svars : Equations may not give solutions for all "solve" variables.

$$\text{Out[3]= } \left\{ \left\{ \begin{array}{l} x \rightarrow \frac{7}{10} - \frac{11 z}{5}, \quad y \rightarrow \frac{1}{5} - \frac{z}{5} \end{array} \right. \right\}$$

$$\frac{df}{dx} \quad \frac{d^n f}{dx^n} \quad \frac{d}{dx} \frac{d}{dy} \dots f$$

```
In[1]:= Clear[f, g, w, h, x, y, z]
```

```
In[2]:= f[x_] := Cos[x^2]
```

```
In[3]:= D[f[x], x]
```

```
Out[3]= -2 x Sin[x^2]
```

```
In[4]:= g[x_] := Cos[x]^n
```

```
In[5]:= g'[x]
```

```
Out[5]= -n Cos[x]^{-1+n} Sin[x]
```

In[7]:= **D[Log[x^2] y + x y^3, x]**

Out[7]= $\frac{2y}{x} + y^3$

In[8]:= **Dt[Log[x^2] y + x y^3, x]**

Out[8]= $\frac{2y}{x} + y^3 + 3xy^2 Dt[y, x] + Dt[y, x] \text{Log}[x^2]$

In[12]:= **D[Log[x^2] y + x^2 y^3 z, {x, 2}, y]**

Out[12]= $-\frac{2}{x^2} + 6y^2 z$

In[15]:= **D[h[x^2] / w[x], x]**

Out[15]=
$$\frac{2 x h' [x^2]}{w [x]} - \frac{h [x^2] w' [x]}{w [x]^2}$$

In[16]:= **Dt[h[Log[x]] y, x]**

Out[16]=
$$\text{Dt} [y, x] h [\text{Log} [x]] + \frac{y h' [\text{Log} [x]]}{x}$$

$$\int f(x) dx \quad \int_a^b f(x) dx \quad \int_a^b dx \int_c^d dy f$$

In[4]:= Integrate[1 / ((x - a) (x - b)), x]

$$\text{Out[4]= } \frac{\text{Log}[-a + x]}{a - b} + \frac{\text{Log}[-b + x]}{-a + b}$$

In[2]:= Integrate[x Exp[x^2], {x, 0, 2}]

$$\text{Out[2]= } -\frac{1}{2} + \frac{e^4}{2}$$

In[6]:= Integrate[Exp[-t] / (1 + t^(3/2)), t]

$$\text{Out[6]} = \int \frac{e^{-t}}{1 + t^{3/2}} dt$$

In[7]:= Integrate[1 / (x^7 - 2x + 5), x]

$$\text{Out[7]} = \text{RootSum}\left[5 - 2 \#1 + \#1^7 \ \&, \frac{\text{Log}[x - \#1]}{-2 + 7 \#1^6} \ \&\right]$$

In[16]:= Integrate[x^2 y, {x, 0, 1}, {y, 0, x}]

$$\text{Out[16]} = \frac{1}{10}$$

```
In[11]:= Integrate[x Exp[-x], {x, 0, Infinity}]
```

```
Out[11]= 1
```

```
In[12]:= Integrate[1/x, {x, 0, Infinity}]
```

```
Integrate::idiv :
```

```
Integral of  $\frac{1}{x}$  does not converge on  $\{0, \infty\}$ .
```

```
Out[12]=  $\int_0^{\infty} \frac{1}{x} dx$ 
```

```
In[13]:= Integrate[1 / z, z]
```

```
Out[13]= Log[z]
```

```
In[14]:= Integrate[1 / z, {z, 0, 2}]
```

```
Integrate::idiv :
```

```
Integral of  $\frac{1}{z}$  does not converge on {0, 2}.
```

```
Out[14]=  $\int_0^2 \frac{1}{z} \, dz$ 
```

Πολλά απλά ολοκληρώματα δεν μπορεί να υπολογιστούν

```
In[1]:= Integrate[Sin[x] / Log[x], x]
```

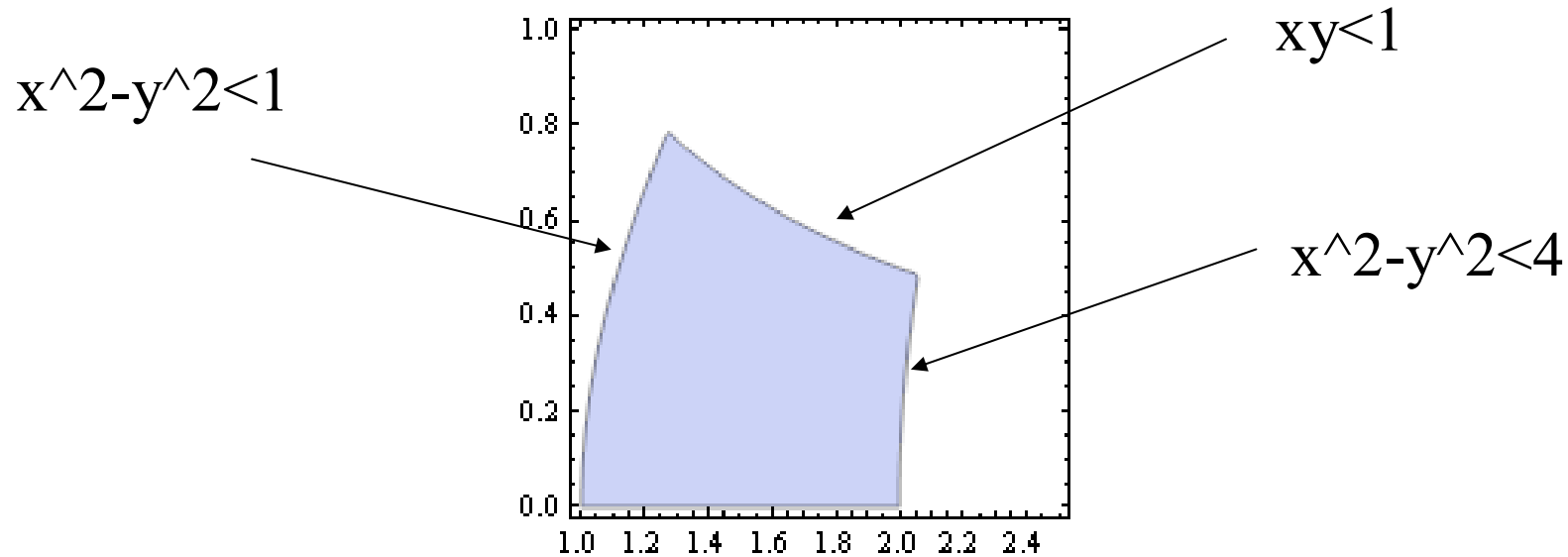
$$\text{Out[1]} = \int \frac{\text{Sin}[x]}{\text{Log}[x]} dx$$

Ολοκλήρωση πάνω στο μοναδιαίο κύκλο

```
In[13]:= Integrate[If[x^2 + y^2 < 1, 1, 0], {x, -1, 1}, {y, -1, 1}]
```

```
Out[13]= Π
```

Ολοκλήρωση σε επιφάνεια



Το εμβαδό της επιφάνειας

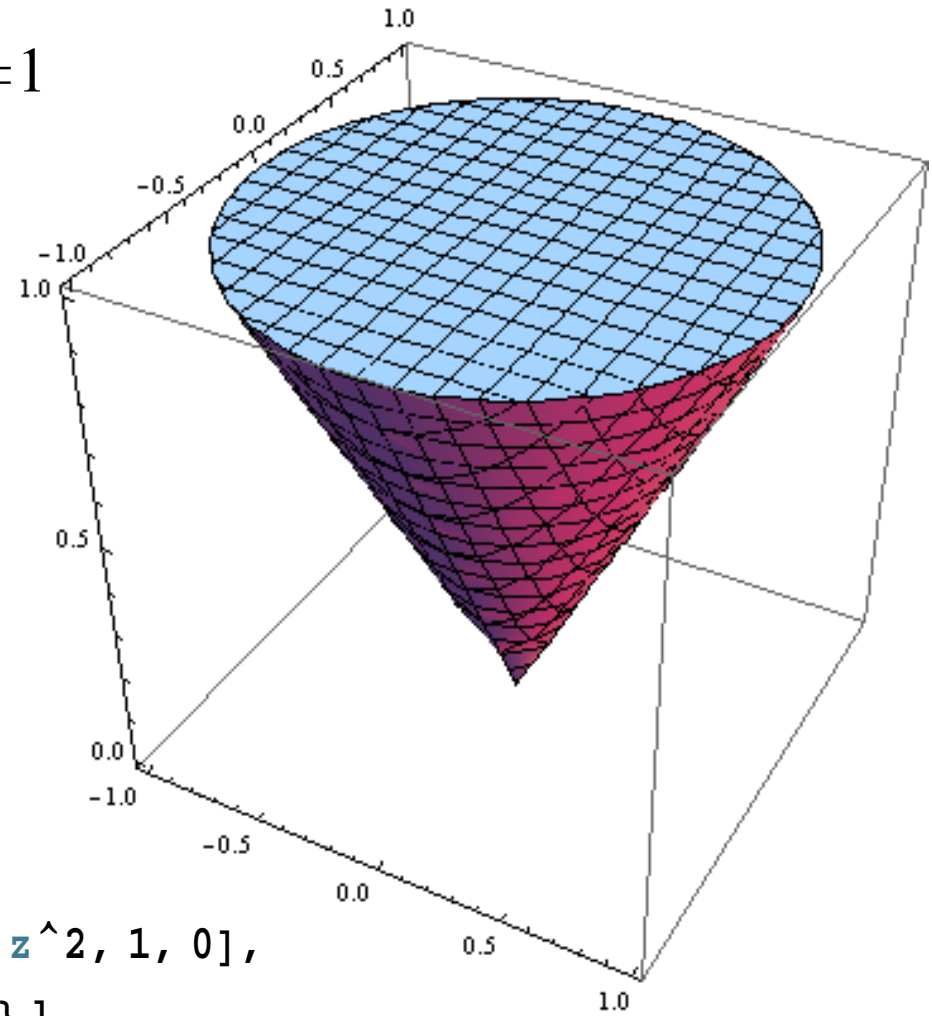
```
In[16]:= Integrate[Boole[1 < x^2 - y^2 < 4 && x y < 1 && x > 0 && y > 0], {x, 0, 5}, {y, 0, 5}]
```

```
Out[16]=  $\frac{1}{4} \left( 4 \operatorname{ArcCsch}[2] + \operatorname{ArcSinh}[2] - 2 \operatorname{Log}[4] + 2 \operatorname{Log}\left[2 \left(-1 + \sqrt{5}\right)\right] \right)$ 
```

```
In[20]:= N[%]
```

```
Out[20]= 0.601515
```

Όγκος πυραμίδας με ακτίνα βάσης $r=1$
και ύψος $h=1$



```
In[32]:= Integrate[ If[0 ≤ z ≤ 1 && x^2 + y^2 ≤ z^2, 1, 0],  
  {x, -∞, ∞} , {y, -∞, ∞}, {z, -∞, ∞} ]
```

```
Out[32]=  $\frac{\pi}{3}$ 
```

$$\sum_{i=i \min}^{i \max} f(i)$$

$$\sum_{i=i \min}^{i \max} \sum_{j=j \min}^{j \max} \cdots f(i, j, \dots)$$

$$\prod_{i=i \min}^{i \max} f(i)$$

In[3]:= Sum[1 / 2ⁱ, {i, 0, n}]

Out[3]= 2⁻ⁿ (-1 + 2¹⁺ⁿ)

In[4]:= Sum[1 / 2ⁱ, {i, 0, Infinity}]

Out[4]= 2

In[16]:= Product[1 / (i k l), {i, 1, 2}, {k, 1, 4}, {l, 1, 5, 2}]

Out[16]=
$$\frac{1}{2006122600857600000000}$$

```
In[8]:= Sum[1 / n^5, {n, 1, Infinity}]
```

```
Out[8]= Zeta[5]
```

```
In[9]:= ? Zeta
```

Zeta[s] gives the Riemann zeta function. Zeta[s, a] gives the generalized Riemann zeta function.

```
In[11]:= Sum[1 / (r^3 + 1), {r, 0, Infinity}]
```

```
Out[11]= RootSum[1 + #1^3 &, - $\frac{\text{PolyGamma}[0, -\#1]}{3 \#1^2}$  &]
```


$$f(x) = \sum_{k=0}^n f^{(k)}(x_0) \frac{(x-x_0)^k}{k!} + O[x]^{n+1}$$

In[1]:= Series[Sin[x], {x, 0, 7}]

$$\text{Out[1]= } x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040} + O[x]^8$$

In[3]:= Series[Log[z], {z, 1, 6}]

$$\text{Out[3]= } (z-1) - \frac{1}{2} (z-1)^2 + \frac{1}{3} (z-1)^3 - \frac{1}{4} (z-1)^4 + \frac{1}{5} (z-1)^5 - \frac{1}{6} (z-1)^6 + O[z-1]^7$$

In[5]:= Series[Cos[x], {x, 0, 4}]

$$\text{Out[5]= } 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + O[x]^5$$

In[6]:= Series[Cos[x], {x, 0, 4}]^2

$$\text{Out[6]= } 1 - x^2 + \frac{x^4}{3} + O[x]^5$$

In[7]:= Normal[Series[Cos[x], {x, 0, 4}]]^2

Expand[%]

$$\text{Out[7]= } \left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} \right)^2$$

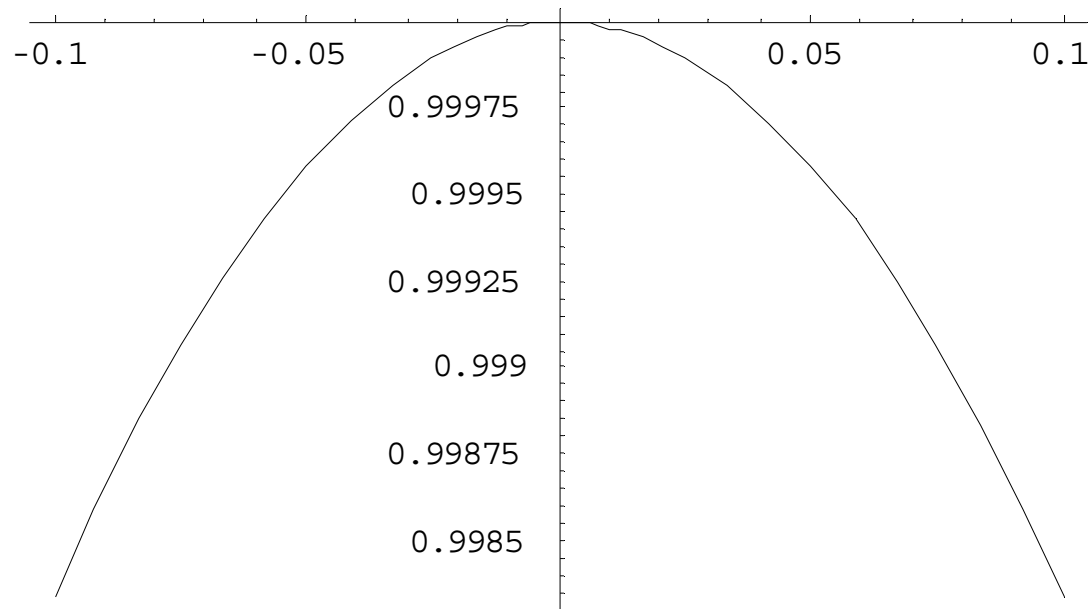
$$\text{Out[8]= } 1 - x^2 + \frac{x^4}{3} - \frac{x^6}{24} + \frac{x^8}{576}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

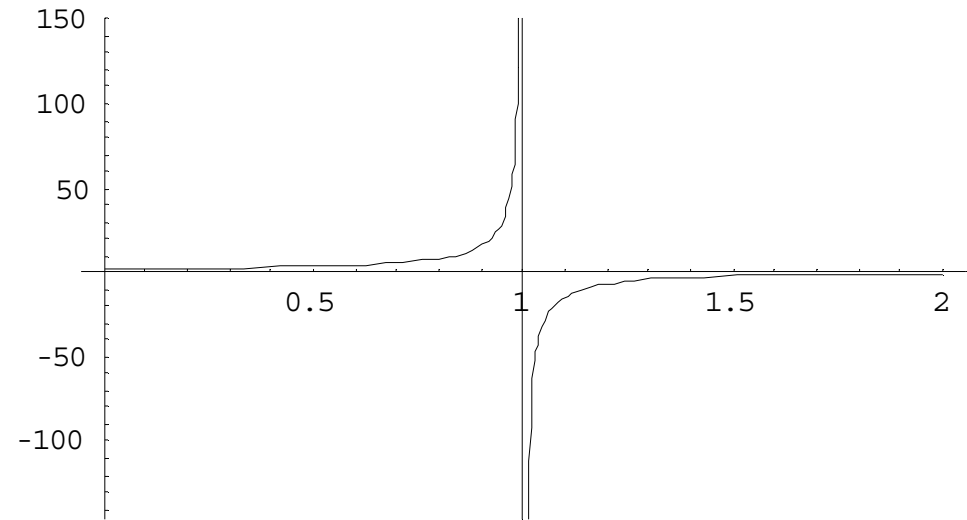
```
In[1]:= Clear[f, x]          In[5]:= Limit[f[x], x -> 0]
```

```
f[x_] := Sin[x]  
Out[5]= 1
```

```
In[4]:= Plot[f[x], {x, -.1, .1}];
```



```
In[8]:= Clear[g, x]
g[x_] =  $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^3 + x - 2}$ ;
Limit[g[x], x → 1]
```



```
Out[10]=  $-\infty$ 
```

```
In[12]:= Limit[g[x], x → 1, Direction → -1]
```

```
Out[12]=  $-\infty$ 
```

```
In[13]:= Limit[g[x], x → 1, Direction → 1]
```

```
Out[13]=  $\infty$ 
```

```
In[14]:= Limit[Cos[x], x → Infinity]
```

```
Out[14]= Interval[{-1, 1}]
```

Λίστες

In[1]:= **alfa** = {1, 2, 3}

Out[1]= {1, 2, 3}

In[2]:= {{**a, b, c**}, {**d, e**}}

Out[2]= {{a, b, c}, {d, e}}

In[3]:= {{**"Hi", "Ha"**}, {**"He", "Ho"**}}

Out[3]= {{Hi, Ha}, {He, Ho}}

In[4]:= **bb** = **alfa** + 1

Out[4]= {2, 3, 4}

Πράξεις με Λίστες

```
In[12]:= alfa * {1, 3}
```

```
Thread::tdlen : Objects of unequal length  
in {1, 2, 3} {1, 3} cannot be combined.
```

```
Out[12]= {1, 3} {1, 2, 3}
```

```
In[13]:= (2 * alfa) ^ bb
```

```
Out[13]= {4, 64, 1296}
```

```
In[14]:= Exp[alfa]
```

```
Out[14]= {e, e2, e3}
```

```
In[1]:= Table[i^2, {i, 1, 10, 2}]
```

```
Out[1]= {1, 9, 25, 49, 81}
```

```
{1, 9, 25, 49, 81}
```

Δημιουργία

```
In[2]:= Table[a, {i, 1, 3}]
```

```
Out[2]= {a, a, a}
```

```
{a, a, a}
```

```
In[3]:= Table[i / j, {i, 1, 3}, {j, 2, 4}]
```

```
Out[3]= {{ { 1/2, 1/3, 1/4 }, { 1, 2/3, 1/2 }, { 3/2, 1, 3/4 } }
```

```
{ { 1/2, 1/3, 1/4 }, { 1, 2/3, 1/2 }, { 3/2, 1, 3/4 } }
```

Επιλογή Στοιχείων

```
In[1]:= a = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
```

```
In[3]:= c = {{1, {2, 3}}, {k, o}}
```

```
In[4]:= d = Table[i, {i, -5, 5}]
```

```
In[6]:= {c[[1]][[1]], Part[c, 1, 2], c[[2, 2]]}
```

```
Out[6]= {1, {2, 3}, o}
```

```
In[11]:= {Take[a, 2], Take[a, -2]}
```

```
Out[11]= {{1, 2}, {8, 9}}
```

```
In[14]:= {Drop[a, {3, 5}], Drop[a, {3, 7, 2}]}
```

```
Out[14]= {{1, 2, 6, 7, 8, 9}, {1, 2, 4, 6, 8, 9}}
```

```
In[16]:= Select[d, #1 > 0 &]
```

```
Out[16]= {1, 2, 3, 4, 5}
```



```
In[5]:= {Length[a], Length[c], Dimensions[a],  
        Dimensions[c]}
```

```
Out[5]= {9, 2, {9}, {2, 2}}
```

```
In[17]:= e = Insert[d, 0, 6]
```

```
Out[17]= {-5, -4, -3, -2, -1, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5}
```

```
In[24]:= f = Reverse[a]
```

```
Out[24]= {9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1}
```

```
In[25]:= Sort[f]
```

```
Out[25]= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
```

```
In[30]:= Split[{o, s, s, s, o, r, r, w}]
```

```
Out[30]= {{o}, {s, s, s}, {o}, {r, r}, {w}}
```

In[3]:= {o, p} // ColumnForm

Out[3]= o
p

In[5]:= {{1, 2}, {3, 4}} // MatrixForm

Out[5]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

In[6]:= IdentityMatrix[3]

Out[6]= {{1, 0, 0}, {0, 1, 0}, {0, 0, 1}}

In[7]:= DiagonalMatrix[{o, p, q}]

Out[7]= {{o, 0, 0}, {0, p, 0}, {0, 0, q}}

In[76]:= $\{o, p, q\} \cdot \{r, s, t\}$

Out[76]= $o r + p s + q t$

In[77]:= $\mathbf{a} = \{\{1, 1\}, \{0, 1\}, \{2, 3\}\}; \mathbf{b} = \{\{-1, 1\}, \{-1, 0\}\};$
 $\mathbf{c} = \{-2, 3\};$

In[78]:= $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$

Out[78]= $\{\{-2, 1\}, \{-1, 0\}, \{-5, 2\}\}$

In[79]:= $\mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$

Out[79]= $\{\{-1, 1\}, \{-1, 0\}\} \cdot \{\{1, 1\}, \{0, 1\}, \{2, 3\}\}$

In[80]:= $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$

Out[80]= $\{1, 3, 5\}$

In[131]:= **d = {{1, 2, 0}, {0, 1, 2}, {0, 0, 1}}**

Out[131]= {{1, 2, 0}, {0, 1, 2}, {0, 0, 1}}

In[132]:= **MatrixPower[d, 10]**

Out[132]= {{1, 20, 180}, {0, 1, 20}, {0, 0, 1}}

In[133]:= **e = {{1, 2 n, 2 n (n - 1)}, {0, 1, 2 n}, {0, 0, 1}}**

Out[133]= {{1, 2 n, 2 (-1 + n) n}, {0, 1, 2 n}, {0, 0, 1}}

In[134]:= **MatrixExp[e /. n -> 10]**

Out[134]= {{e, 20 e, 380 e}, {0, e, 20 e}, {0, 0, e}}

In[135]:= **f = Inverse[e]**

Out[135]= $\{ \{1, -2n, 2n + 2n^2\}, \{0, 1, -2n\}, \{0, 0, 1\} \}$

In[137]:= **Transpose[e]**

Out[137]= $\{ \{1, 0, 0\}, \{2n, 1, 0\}, \{2(-1+n)n, 2n, 1\} \}$

In[138]:= **Det[e]**

Out[138]= 1

In[139]:= **Tr[e]**

Out[139]= 3

In[140]:= **Eigenvalues**[b]

Out[140]= $\{ -(-1)^{1/3}, (-1)^{2/3} \}$

In[141]:= **Eigenvectors**[b]

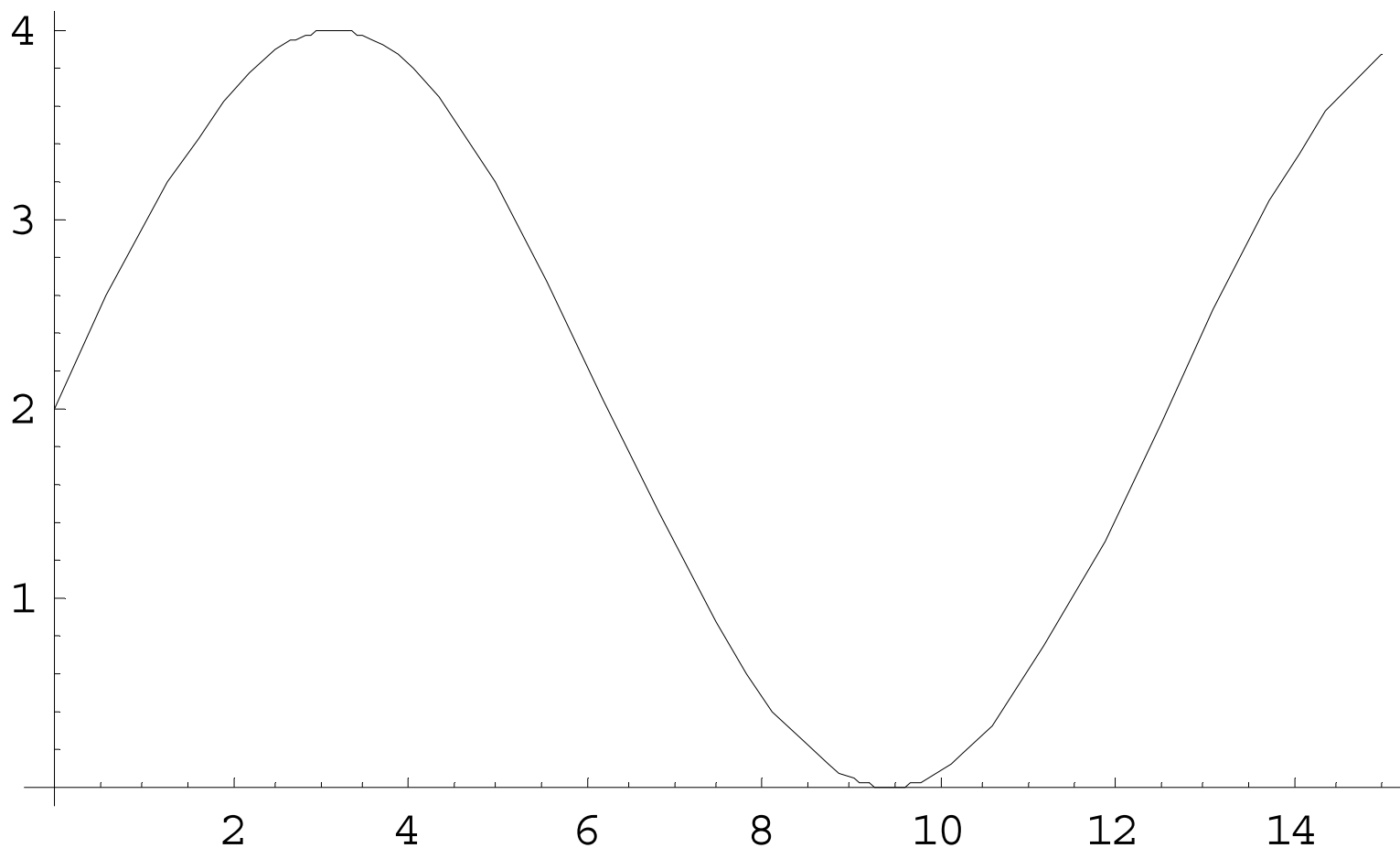
Out[141]= $\{ \{ (-1)^{1/3}, 1 \}, \{ -(-1)^{2/3}, 1 \} \}$

In[142]:= **Eigensystem**[b]

Out[142]= $\{ \{ -(-1)^{1/3}, (-1)^{2/3} \}, \{ \{ (-1)^{1/3}, 1 \}, \{ -(-1)^{2/3}, 1 \} \} \}$

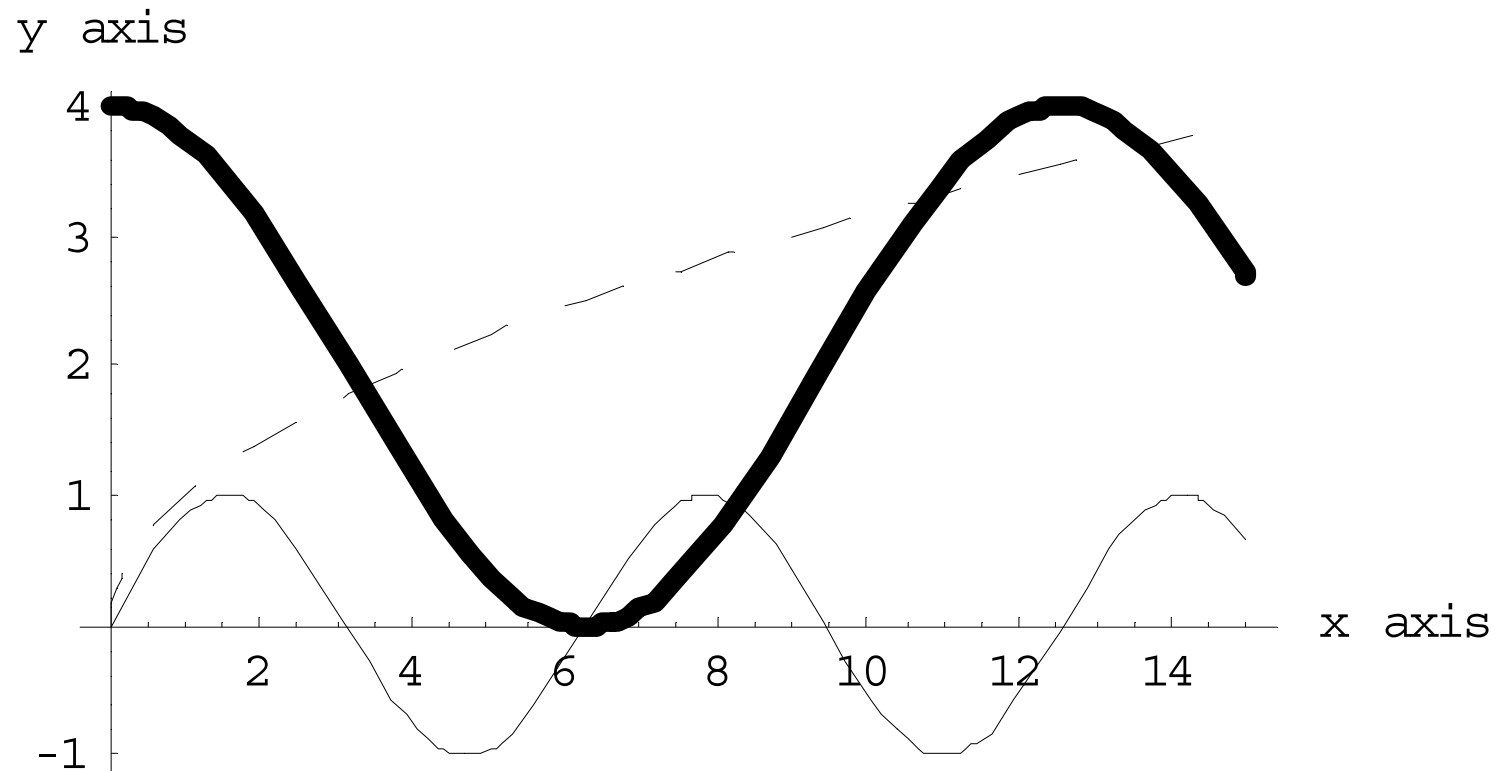
Γραφικά

```
In[81]:= p1 = Plot[2 + 2 Sin[x / 2], {x, 0, 15}]
```



```
Out[81]= - Graphics -
```

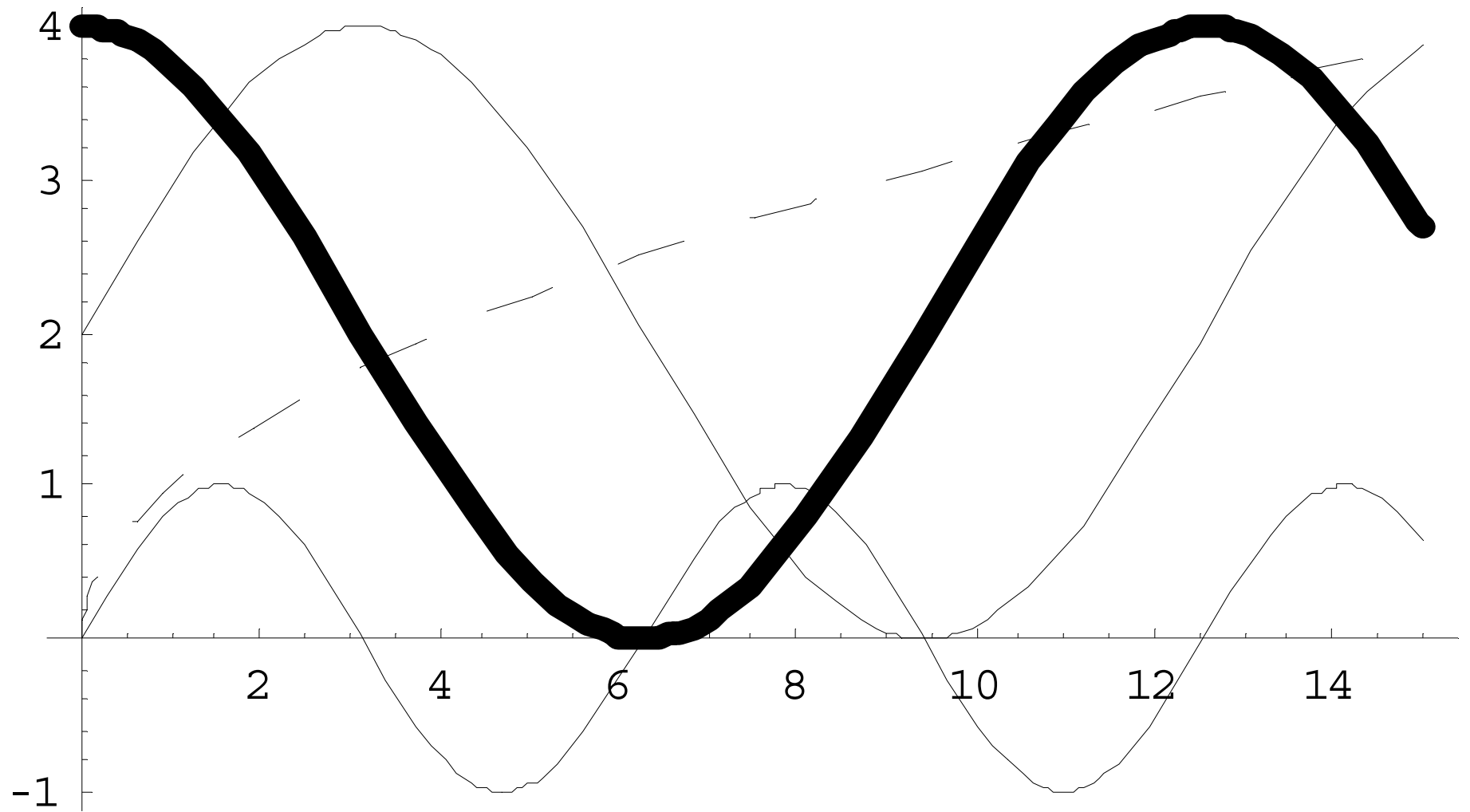
```
In[90]:= p2 = Plot[{2 + 2 Cos[x / 2], Sin[x], Sqrt[x]},  
  {x, 0, 15}, AxesLabel → {"x axis", "y axis"},  
  PlotStyle → {{Thickness[0.02]}, {}},  
  Dashing[{0.05, 0.05}]]
```



```
Out[90]= - Graphics -
```

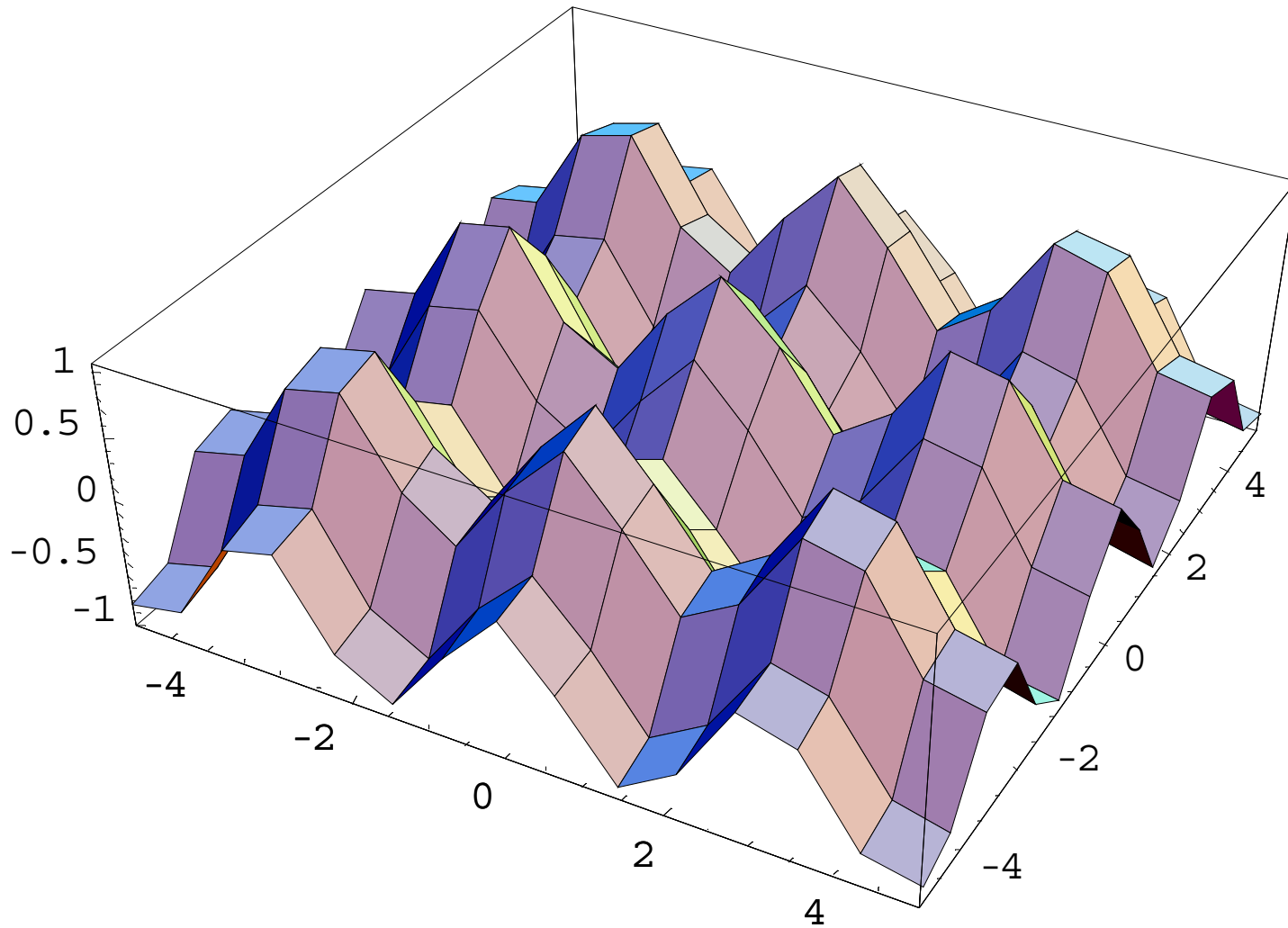


```
In[91]:= Show [p1, p2]
```

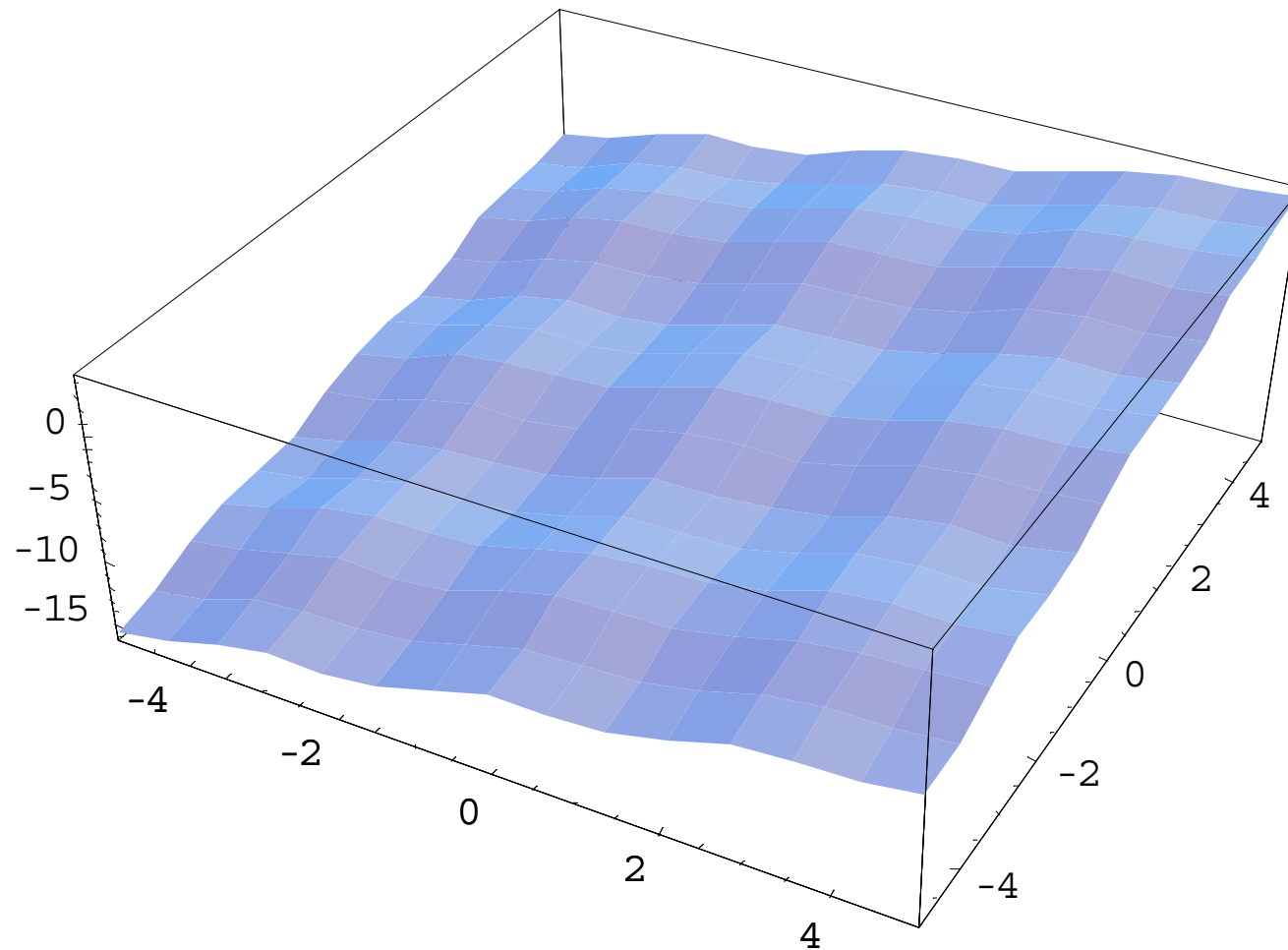


```
Out[91]= - Graphics -
```

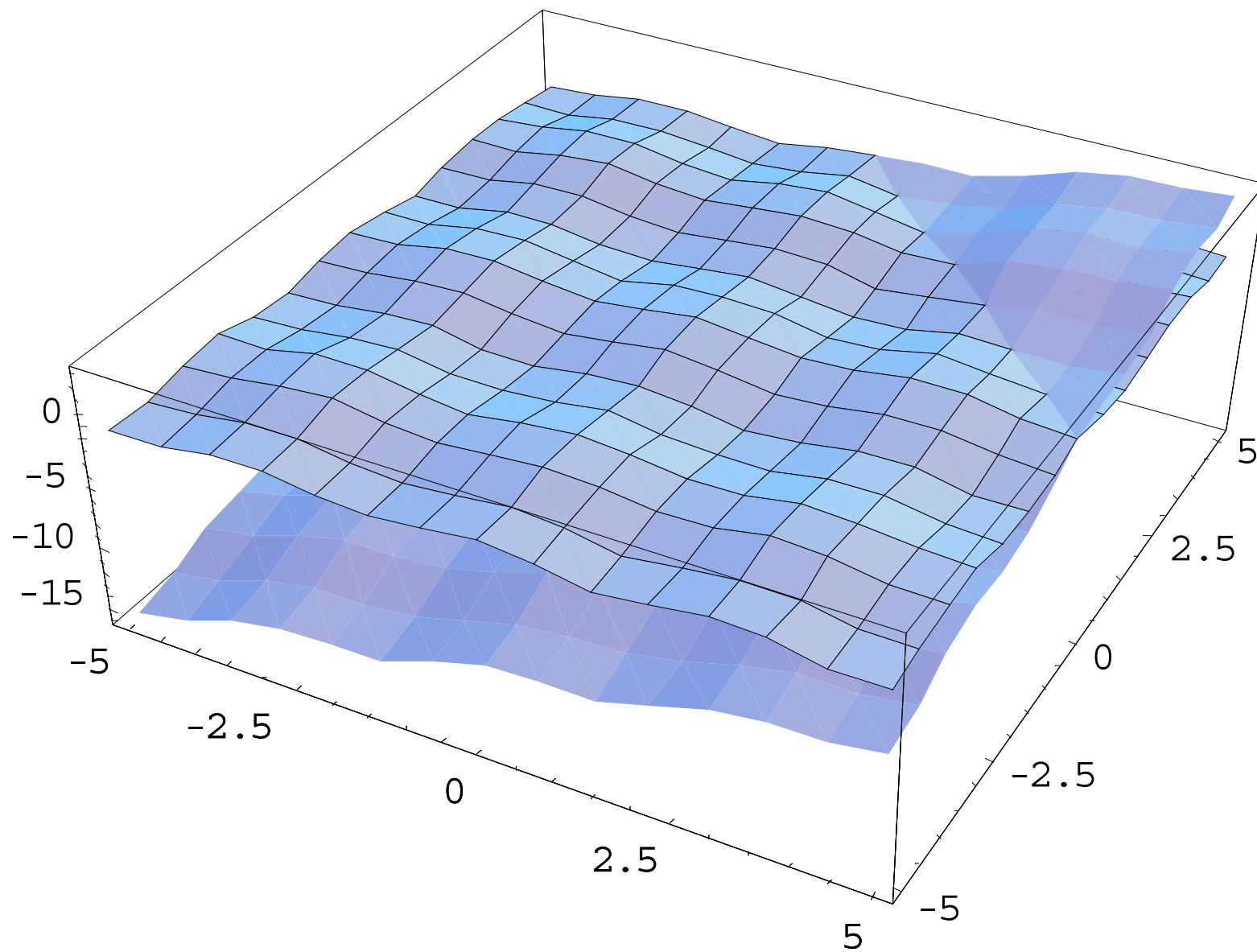
```
In[110]:= p31 = Plot3D[Cos[x + y] Cos[x - y], {x, -5, 5},  
                        {y, -5, 5}]
```



```
In[111]:= p32 = Plot3D[Cos[x + y] Cos[x - y] + x + y - 5,  
  {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, Mesh -> False]
```

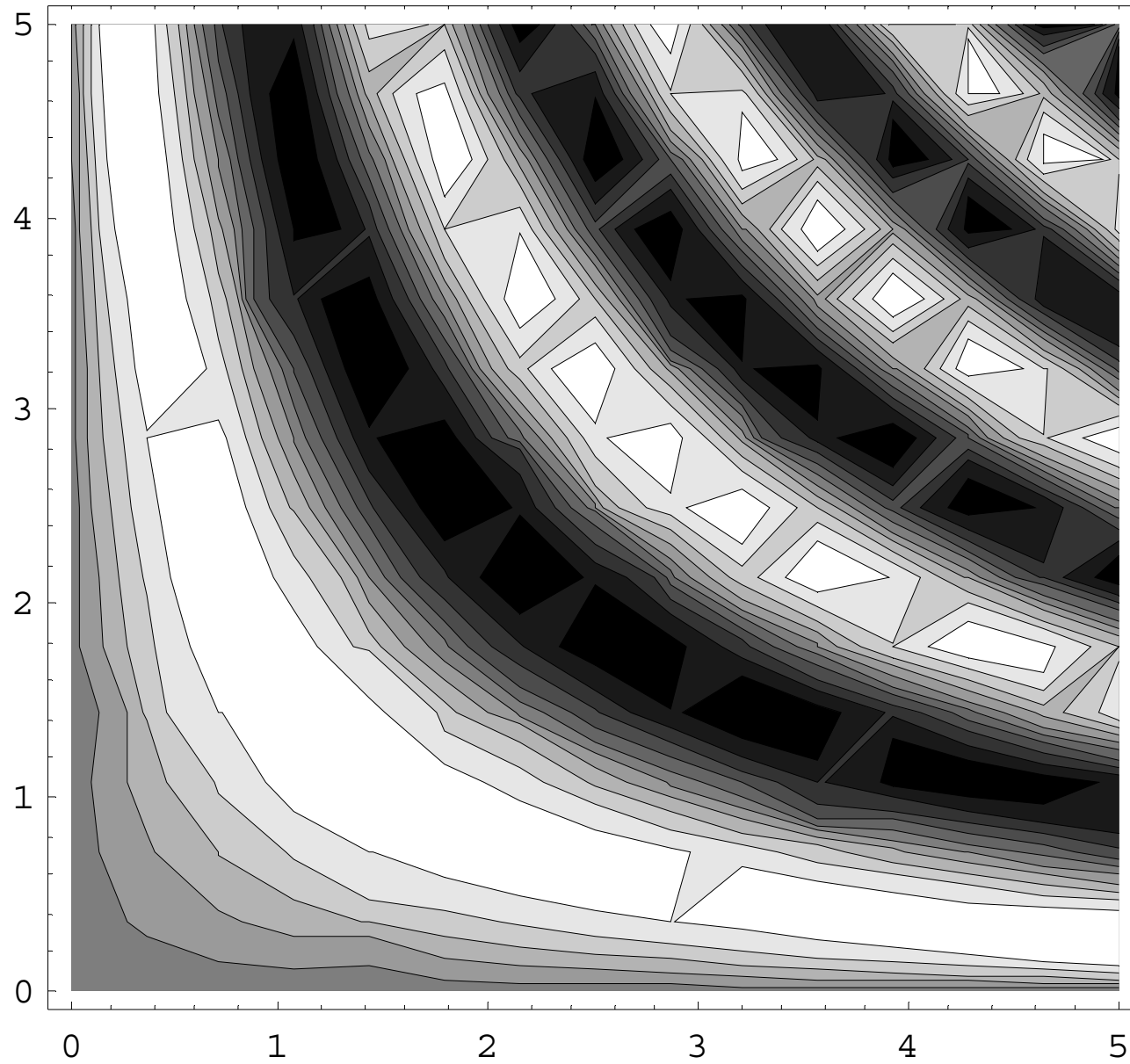


```
In[94]:= Show[p31, p32]
```

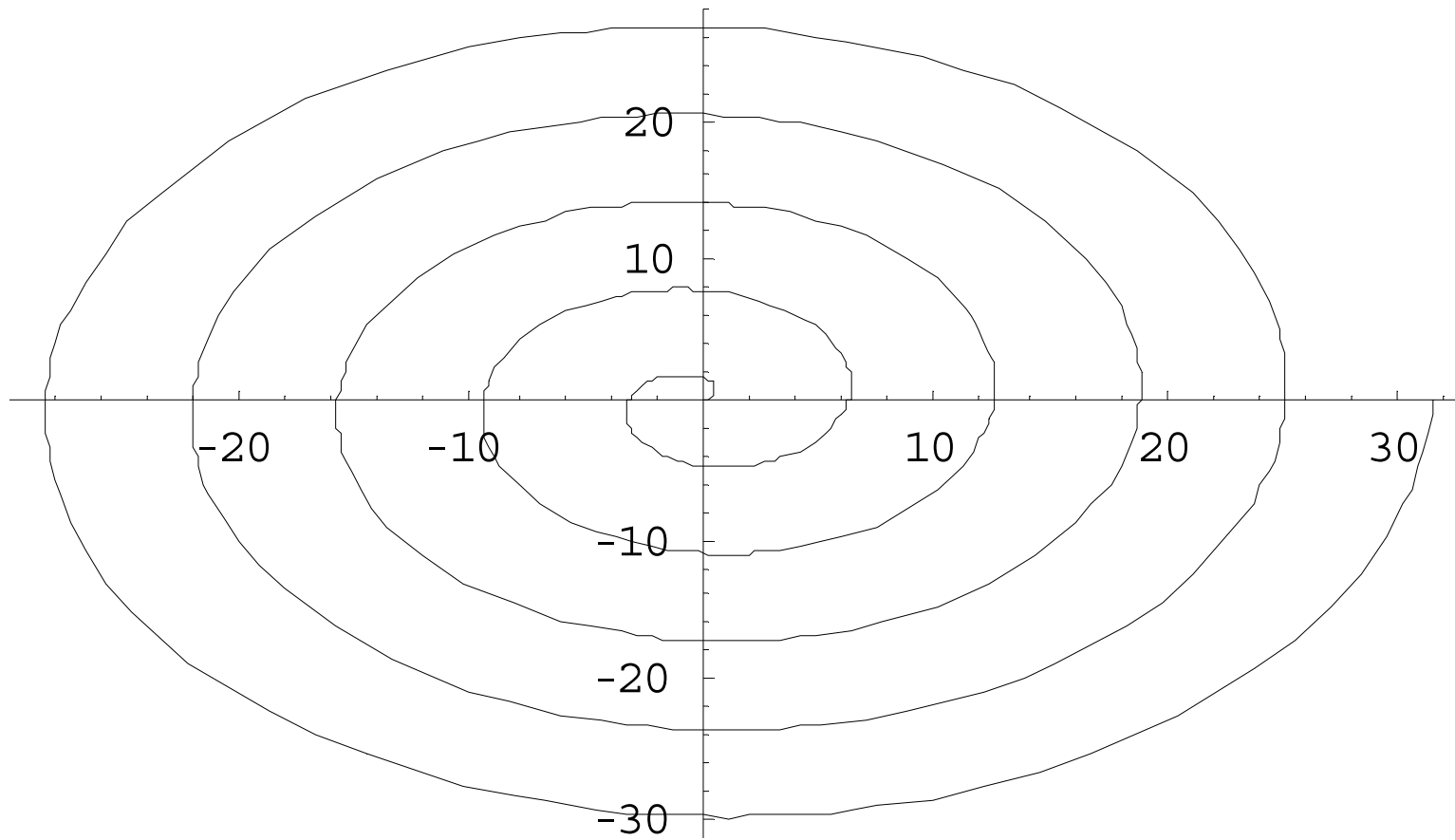


```
Out[94]= - Graphics3D -
```

```
In[98]:= ContourPlot[Sin[x y], {x, 0, 5}, {y, 0, 5}]
```



```
In[100]:= ParametricPlot[{t Cos[t], t Sin[t]}, {t, 0, 10 Pi}]
```

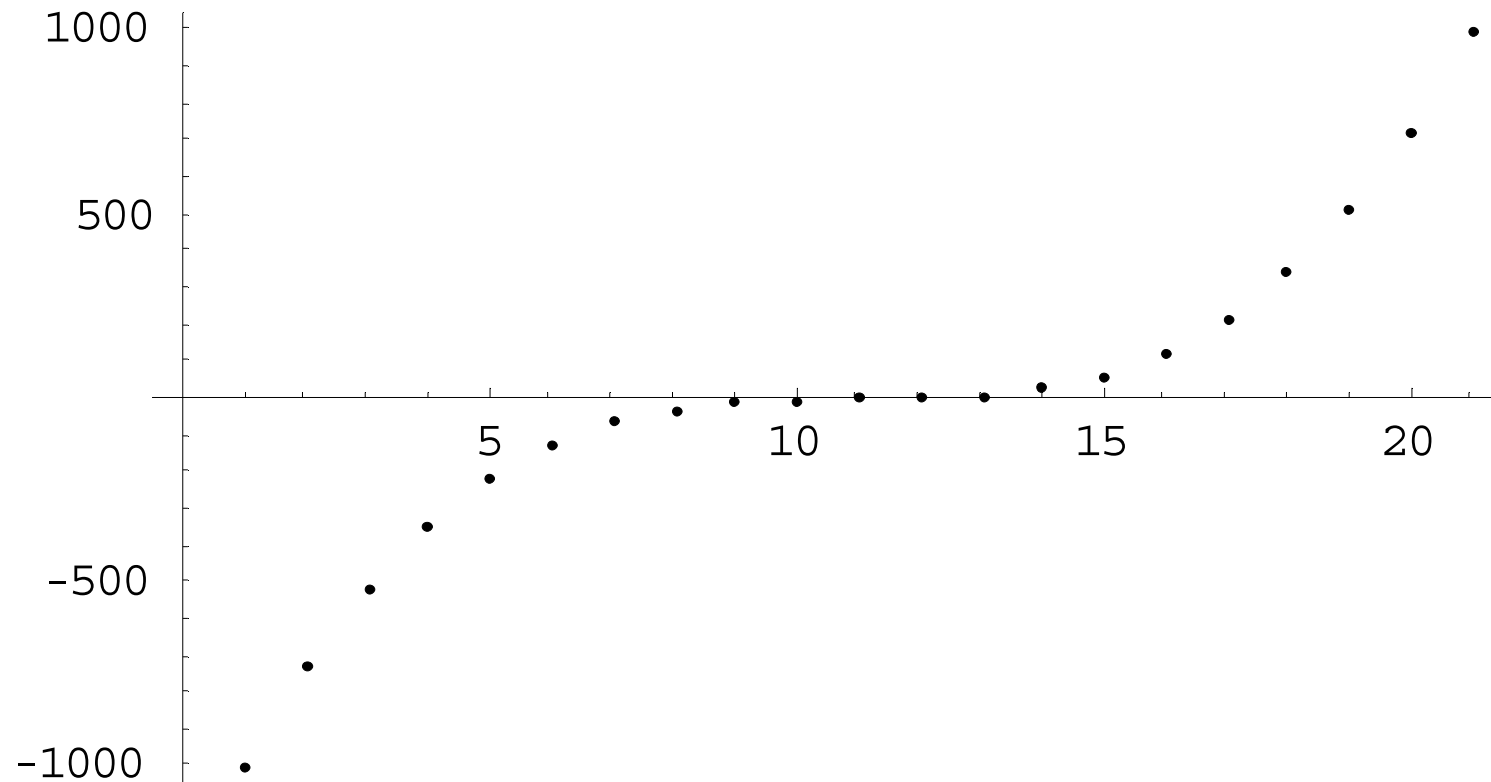


```
Out[100]= - Graphics -
```

```
In[102]:= a = Table[i^3, {i, -10, 10}]
```

```
Out[102]= {-1000, -729, -512, -343, -216, -125, -64, -27, -8,  
          -1, 0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000}
```

```
In[103]:= ListPlot[a]
```



```
Out[103]= - Graphics -
```

Αριθμητικές Μέθοδοι

```
In[148]:= a = 2; b = 5;
```

```
In[155]:= NSolve[{x^5 - 2 y == a y, x - a y == 3 a}, {x, y}]
```

```
Out[155]= {{y -> -3.86457, x -> -1.72915},  
  {y -> -3.21958 + 0.80944 i,  
  x -> -0.439158 + 1.61888 i},  
  {y -> -3.21958 - 0.80944 i,  
  x -> -0.439158 - 1.61888 i},  
  {y -> -2.34813 + 0.437831 i,  
  x -> 1.30373 + 0.875662 i},  
  {y -> -2.34813 - 0.437831 i,  
  x -> 1.30373 - 0.875662 i}}
```



```
In[164]:= FindRoot[Exp[x] - 10 x == 0, {x, 15}]
```

```
FindRoot::cvnwt :
```

```
Newton's method failed to  
converge to the prescribed  
accuracy after 15 iterations.
```

```
Out[164]= {x → 3.57716}
```

```
In[165]:= FindRoot[Exp[x] - 10 x == 0, {x, 15},  
MaxIterations → 100]
```

```
Out[165]= {x → 3.57715}
```

```
In[166]:= eq1 = Sin[x] == 5 / 10;
```

```
In[167]:= s1 = FindRoot[eq1, {x, 0}]
```

```
Out[167]= {x → 0.523599}
```

```
In[168]:= Sin[s1[[1, 2]]] - 5 / 10
```

```
Out[168]= -5.95067 × 10-9
```

```
In[169]:= s2 = FindRoot[eq1, {x, 0}, AccuracyGoal → 20,  
WorkingPrecision → 25]
```

```
Out[169]= {x → 0.5235987755982988730771072}
```

```
In[170]:= Sin[s2[[1, 2]]] - 5 / 10
```

```
Out[170]= -0. × 10-26
```

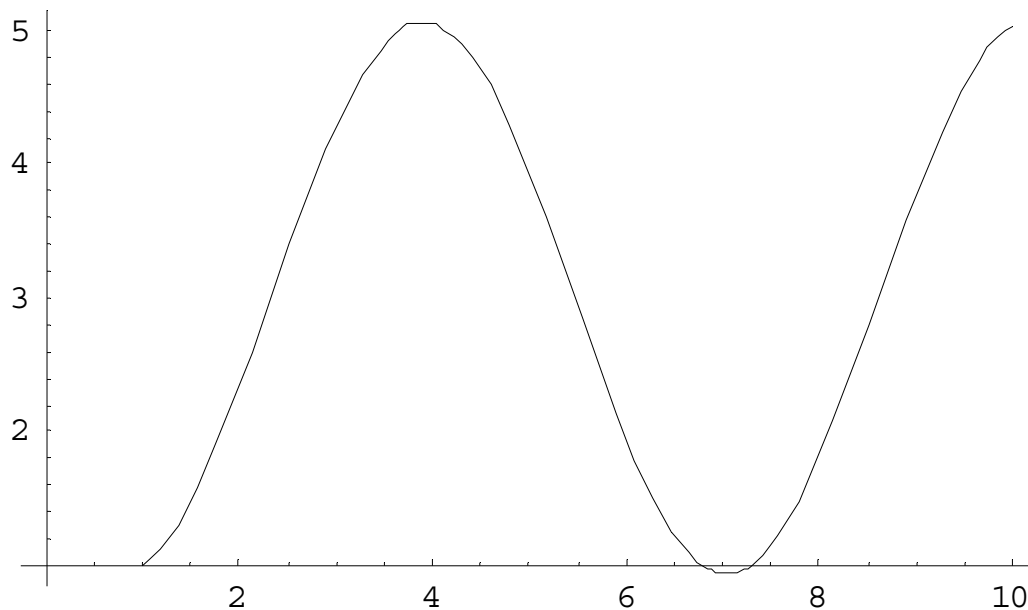
```
In[173]:= N[Integrate[x Exp[x^2], {x, 0, 2}]]
```

```
Out[173]= 26.7991
```

```
In[183]:= NDSolve[{y''[t] == 3 - y[t], y[1] == 1,  
y'[1] == 1/2}, y, {t, 1, 10}]
```

```
Out[183]= {{y -> InterpolatingFunction[{{1., 10.}}, <>]}}
```

```
In[184]:= Plot[Evaluate[y[t] /. %], {t, 1, 10}]
```



```
In[191]:= NSum[1 / (r^3 + 1), {r, 0, Infinity}]
```

```
Out[191]= 1.6865
```

```
In[1]:= b = {{-1, 1}, {-1, 0}}; Eigenvalues[N[b]]
```

```
Out[1]= {-0.5 + 0.866025 i, -0.5 - 0.866025 i}
```

```
In[2]:= f[x_] := 1 + 2 Cos[x / 2];
```

```
In[4]:= FindMinimum[f[x], {x, 8}]
```

```
Out[4]= {-1., {x -> 6.28319}}
```

```
In[5]:= FindMinimum[1 / f[x], {x, 12}]
```

```
Out[5]= {0.333333, {x -> 12.5664}}
```

Λογικές εκφράσεις

σκέλος A

τελεστής σύγκρισης

σκέλος B

==	ίσο
>	μεγαλύτερο
<	μικρότερο
!=	διάφορο
>=	μεγαλύτερο ή ίσο
<=	μικρότερο ή ίσο

In[1]:= (a + b) ^ 2 == a ^ 2 + 2 a b + b ^ 2

Out[1]= (a + b) ^ 2 == a ^ 2 + 2 a b + b ^ 2

In[2]:= a + b + b == a + 2 b

Out[2]= True

Λογικοί έλεγχοι

Έλεγχος

NumberQ[p]

NumericQ[p]

IntegerQ[p]

Τιμή True αν το όρισμα είναι:

Αριθμός.

Αριθμητική ποσότητα.

Ακέραιος.

```
In[7]:= NumberQ[Pi]
```

```
Out[7]= False
```

```
In[8]:= NumericQ[Pi]
```

```
Out[8]= True
```

&&

And[]

Λογικό και

||

Or[]

Λογική διάζευξη

!

Not[]

Λογική άρνηση

XOR[]

Απόλυτη λογική διάζευξη

```
In[9]:= x = 5; y = 3; z = 7;
```

```
In[12]:= PrimeQ[x] || ! y == 3
```

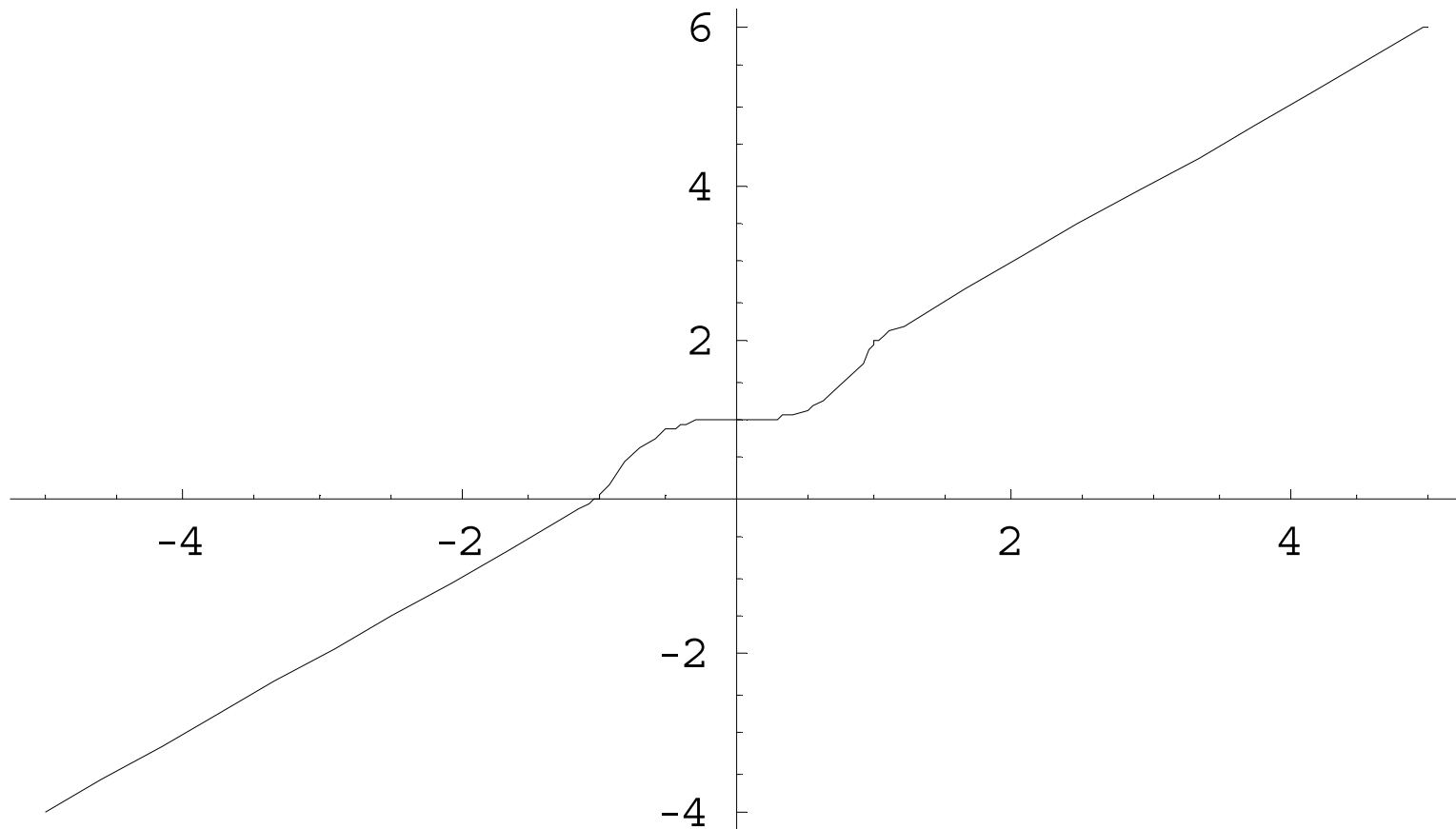
```
Out[12]= True
```

```
In[14]:= Xor[x > 3, z < 9]
```

```
Out[14]= False
```

```
In[18]:= Clear[f]; f[p_] := p + 1 /; (p >= 1) || (p <= -1);  
f[p_] := p^3 + 1 /; p <= 1 && p >= -1;
```

```
In[19]:= Plot[f[p], {p, -5, 5}]
```

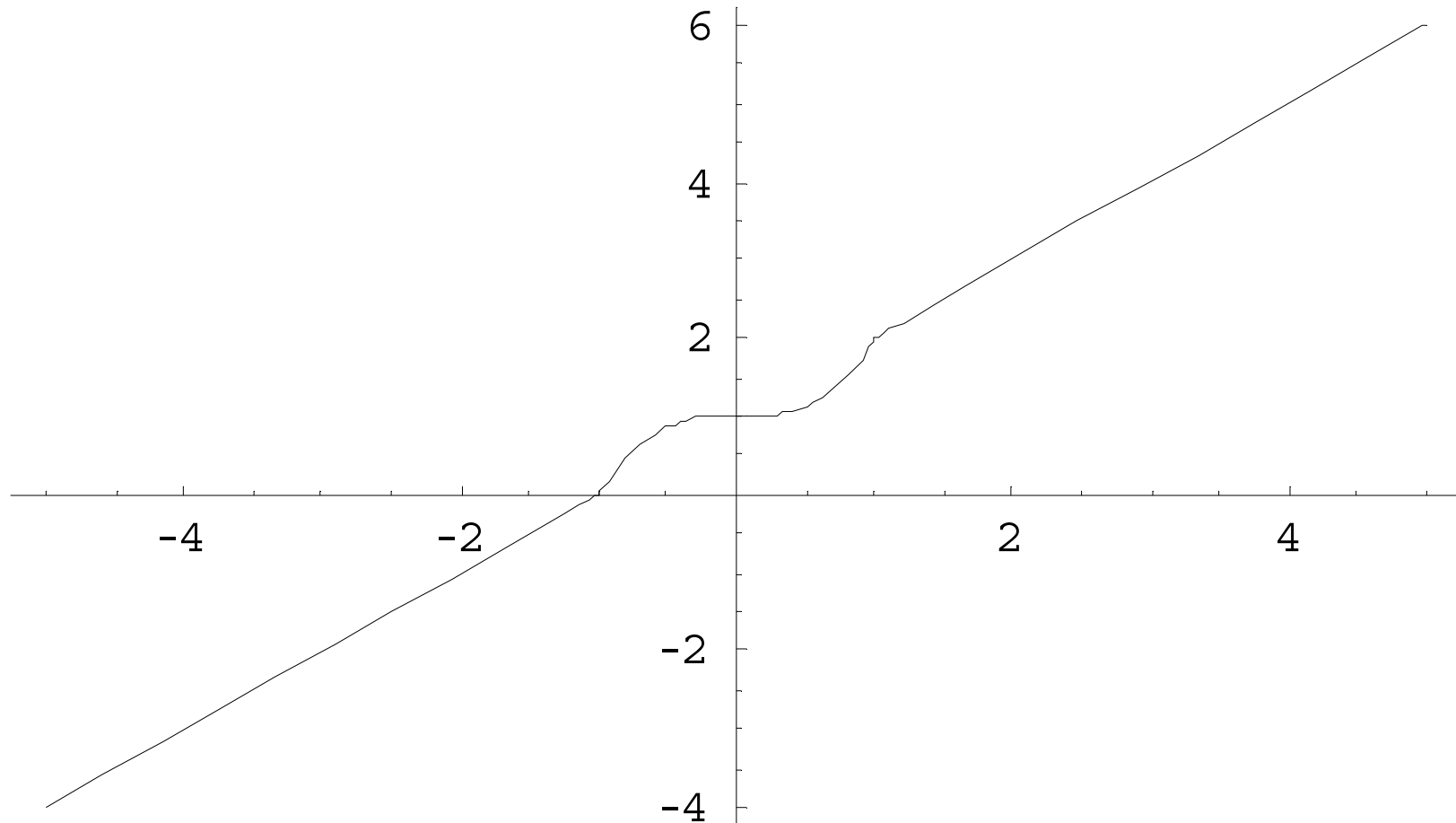


```
Out[19]= - Graphics -
```


If[lex,a,b]

In[1]:= f[p_] := If[p >= 1 || p <= -1, p+1, p^3+1]

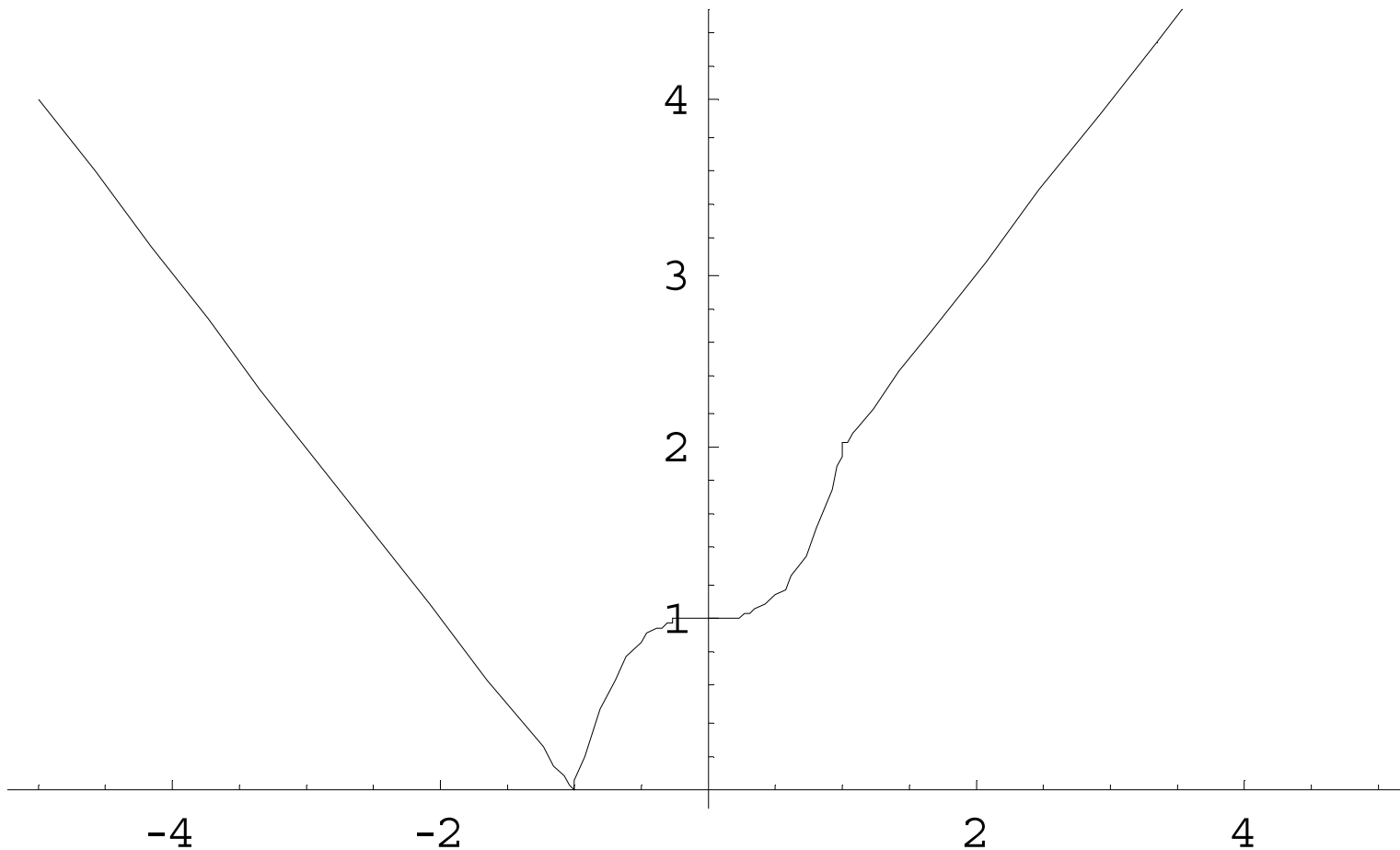
In[2]:= Plot[f[x], {x, -5, 5}]



Which[lex1,a1,lex2,a2,...]

```
In[7]:= f[p_] := Which[p >= 1 , p + 1, p <= 1 && p >= -1,  
p^3 + 1, p <= -1, -p - 1]
```

```
In[8]:= Plot[f[x] , {x, -5, 5} ]
```



Switch[p,r1,a1,r2,a2,...]

```
In[13]:= g[x_] := Switch[Mod[x, 2], 0, Print["Even"],  
1, Print["Odd"]]
```

```
In[14]:= g[2]
```

Even

```
In[15]:= g[1]
```

Odd

Do[p,limitsi,limitsj....]

```
In[1]:= Do[x = i^j; Print[x], {i, 1, 2}, {j, -2, 2, 2}]
```

1

1

1

$\frac{1}{4}$

1

4

While[lex,p]

```
In[2]:= i = Infinity; While[i ≥ 0, i = Input["Give i"];  
Print[i]]
```

2

3

-2

For[init,lex,chg , p]

In[3]:= For[i = 0; x = a, i <= 4, i ++, Print[1 + x^i]]

2

1 + a

1 + a²

1 + a³

1 + a⁴

Break[]

```
In[1]:= Do[t = 1; Print["i=", i];  
        Do[t *= k; Print["t*i=", t*i]; If[t > 10, Break[]],  
        {k, 20}], {i, 1, 3}]
```

```
i=1          t*i=2          t*i=3  
t*i=1        t*i=4          t*i=6  
t*i=2        t*i=12         t*i=18  
t*i=6        t*i=48         t*i=72  
t*i=24  
i=3  
i=2
```

Continue[]

```
In[17]:= Do[k = Random[];  
           If[k < 0.5, Print["Less Than 0.5"]; Continue[]];  
           Print[k], {i, 1, 10}]
```

```
Less Than 0.5      0.902039
```

```
0.940079          0.80417
```

```
Less Than 0.5      Less Than 0.5
```

```
Less Than 0.5      0.678168
```

```
Less Than 0.5      0.726422
```

Scripts

```
In[1]:= SetDirectory["E:/mathfls/ergasia/erwthma1"]
```

```
Out[1]= E:\mathfls\ergasia\erwthma1
```

```
In[4]:= !! first.m
```

```
Clear[x]
```

```
p=Expand[1+x^6]
```

```
s=Solve[p==0,x]
```

```
In[5]:= << first.m
```

```
Out[5]= { {x → -i}, {x → i},  
          {x → -(-1)^(1/6)}, {x → (-1)^(1/6)},  
          {x → -(-1)^(5/6)}, {x → (-1)^(5/6)} }
```


Λουλεύοντας με αρχεία

```
In[6]:= DumpSave["mywork.mx"]
```

```
In[3]:= << mywork.mx
```

```
In[7]:= s
```

```
Out[7]= { {x → -i}, {x → i},  
          {x → -(-1)^(1/6)}, {x → (-1)^(1/6)},  
          {x → -(-1)^(5/6)}, {x → (-1)^(5/6)} }
```

```
In[10]:= Save["E:/mathfls/ergasia/erwthma1/d1.dat", g]
```

```
In[11]:= !! E:/mathfls/ergasia/erwthma1/d1.dat
```

```
g[x_] = epsilon + Sin[1 + x^6]
```

```
epsilon = 1/100000
```

```
In[14]:= << E:/mathfls/ergasia/erwthma1/d1.dat
```

```
Out[14]=  $\frac{1}{100000}$ 
```

Module[listoflocalvariables,commandbody]

```
In[4]:= f[list_] := Module[{x = list[[1]], y = list[[-1]], z},  
    z = x; x = y; y = z; {x, y}]
```

```
In[5]:= f[{1, a}]
```

```
Out[5]= {a, 1}
```

With[listoflocalconstants,commandbody]

```
In[6]:= p1[x] := x^n
```

```
In[7]:= p[x_, n_] = With[{c = 3}, p1[x] - c]
```

```
Out[7]= -3 + x^n
```

```
In[8]:= p[a, 2]
```

```
Out[8]= -3 + a^2
```

Block[listoflocalvariables,commandbody]

In[10]:= **m = k + n**

Out[10]= **k + n**

In[11]:= **Block[{k = 5}, k + m]**

Out[11]= **10 + n**

In[12]:= **Module[{k = 5}, k + m]**

Out[12]= **5 + k + n**

In[13]:= **k**

Out[13]= **k**

Η διαφορά του **Module[]** από το **Block[]** έγκειται στο γεγονός ότι στη λίστα των μεταβλητών χρησιμοποιούμε καθολικές μεταβλητές που μόνο για τη συγκεκριμένη εμβέλεια της διαδικασίας θέλουμε να χρησιμοποιηθούν ως τοπικές.

Διαδικαστικός Προγραμματισμός

```
In[1]:= myprimes[n_] := Module[{lst = {1}, i},  
    For[i = 2, i ≤ n, i++,  
        If[EulerPhi[i] == i - 1, lst = Append[lst, i]]];  
    Return[lst]];
```

```
In[2]:= myprimes[15]
```

```
Out[2]= {1, 2, 3, 5, 7, 11, 13}
```

Pure Functions

```
In[3]:= Function[{a, b}, Sin[a + b]]
```

```
Out[3]= Function[{a, b}, Sin[a + b]]
```

```
In[4]:= %[a, b]
```

```
Out[4]= Sin[a + b]
```

```
In[5]:= Sin[#1 + #2] &[a, b]
```

```
Out[5]= Sin[a + b]
```

```
In[16]:= Select[d, #1 > 0 &]
```

```
Out[16]= {1, 2, 3, 4, 5}
```

Συναρτησιακοί Τελεστές

In[6]:= Nest[Function[x, Exp[x + 1 / 2]], x, 3]

Out[6]= $e^{\frac{1}{2} + e^{\frac{1}{2} + e^{\frac{1}{2} + x}}}$

In[9]:= Apply[#1.#2 &, {{a, b}, {c, d}}]

Out[9]= a c + b d

In[14]:= Map[Sin[#1] &, {{a, b}, {c, d}}]

Out[14]= {{Sin[a], Sin[b]}, {Sin[c], Sin[d]}}

Συναρτησιακός Προγραμματισμός

```
In[1]:= myprimes[n_Integer] := Flatten[{1,  
    Position[Map[Function[i, EulerPhi[i] == i - 1],  
        Range[n] ]  
    , True] }];
```

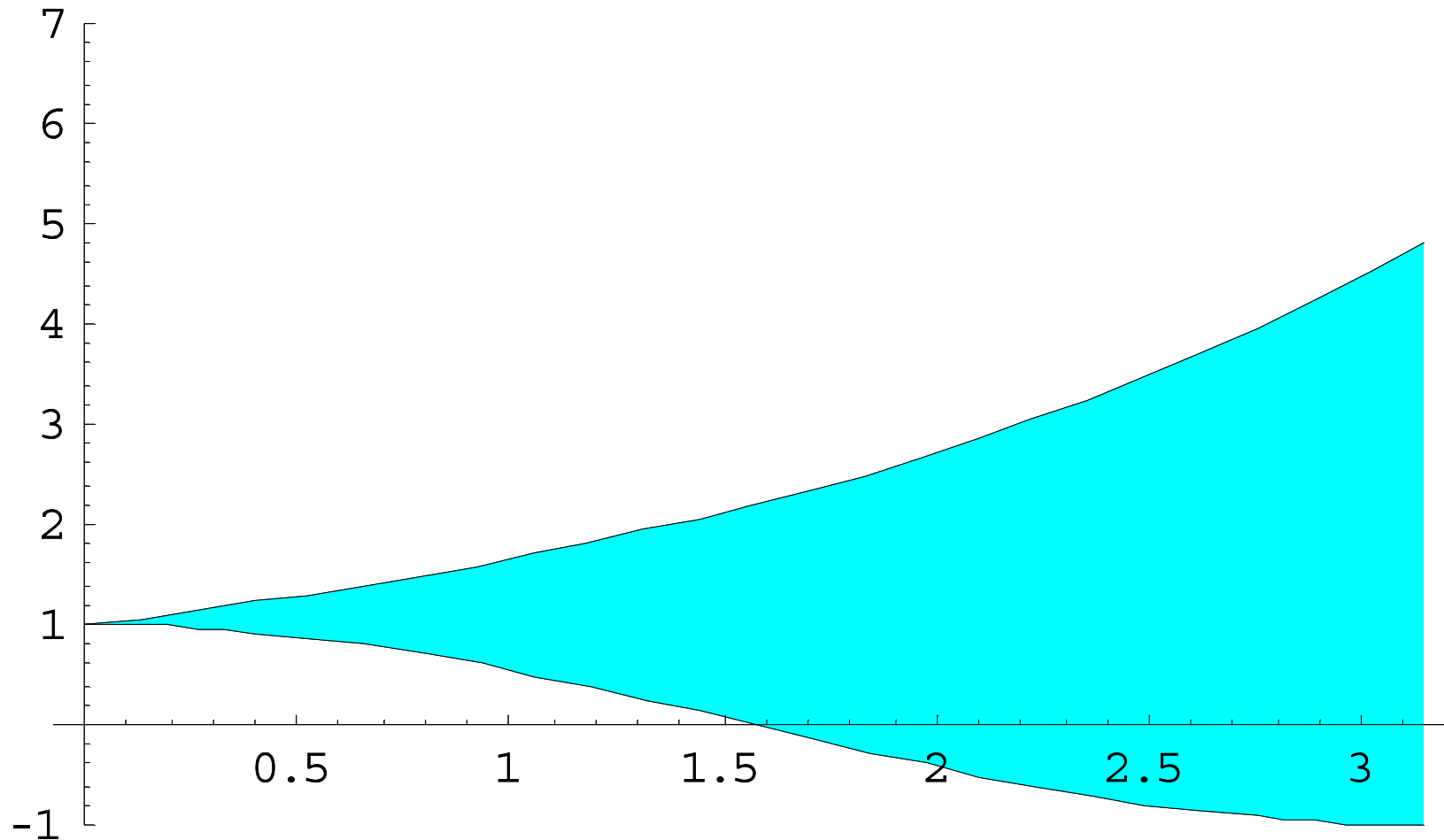
```
In[2]:= myprimes[17]
```

```
Out[2]= {1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17}
```

Packages

```
In[7]:= << Graphics`FilledPlot`
```

```
In[8]:= FilledPlot[{Exp[x/2], Cos[x]}, {x, 0, Pi},  
PlotRange -> {-1, 7}]
```



<i>name of equation</i>	<i>general form</i>	<i>date of discovery</i>	<i>mathematician</i>
separable	$y'(x) = f(x) g(y)$	1691	G. Leibniz
homogeneous	$y'(x) = f\left(\frac{x}{y(x)}\right)$	1691	G. Leibniz
linear first-order ODE	$y'(x) + P(x) y(x) = Q(x)$	1694	G. Leibniz
Bernoulli	$y'(x) + P(x) y(x) = Q(x)$	1695	James Bernoulli
Riccati	$y'(x) = f(x) + g(x) y(x) + h(x) y(x)^2$	1724	Count Riccati
exact first-order ODE	$M dx + N dy = 0$ with $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$	1734	L. Euler
Clairaut	$y(x) = x y'(x) + f(y'(x))$	1734	A-C. Clairaut
linear with constant coefficients	$y^{(n)}(x) + a_{n-1} y^{(n-1)}(x) + \dots + a_0 y(x) = P(x)$ with a_1 constant	1743	L. Euler
hypergeometric	$x(1-x) y''(x) + (c - (a+b+1)x) y'(x) - ab y(x) = 0$	1769	L. Euler
Legendre	$(1-x^2) y''(x) - 2x y'(x) + n(n+1) y(x) = 0$	1785	M. Legendre
Bessel	$x^2 y''(x) + x y'(x) + (x^2 - n^2) y(x) = 0$	1824	F. Bessel
Mathieu	$y''(x) + (a - 2q \cos(2x)) y(x) = 0$	1868	E. Mathieu
Abel	$y'(x) = f(x) + g(x) y(x) + h(x) y(x)^2 + k(x) y(x)^3$	1834	N. H. Abel
Chini	$y'(x) = f(x) + g(x) y(x) + h(x) y(x)^2$	1924	M. Chini

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

In[2]:= DSolve[{y'[x] == -y[x]}, y[x], x]

Out[2]= {{y[x] → e^{-x} C[1]}}

η ΔΕ
 $y'(x) = -y(x)$

με λύση
 $y(x) = c_1 e^{-x}$

In[3]:= DSolve[{y'[x] == -y[x], y[0] == 1}, y[x], x]

Out[3]= {{y[x] → e^{-x}}}

το πρόβλημα
αρχικών τιμών
 $y'(x) = -y(x), y(0) = 1$
με λύση $y(x) = e^{-x}$

In[5]:= DSolve[{y'[x] - 2 * y[x] == Sin[x]}, y[x], x]

Out[5]= {{y[x] → e^{2x} C[1] + $\frac{1}{5} (-\text{Cos}[x] - 2 \text{Sin}[x])$ }}

Γραμμική ΔΕ
με σταθερούς
συντελεστές

Γραμμική ΔΕ (συντελεστές μη σταθεροί)

```
In[13]:= DSolve[{y'[x] - 1/x * y[x] == x Exp[x]}, y[x], x]
```

```
Out[13]= {{y[x] -> e^x x + x C[1]}}
```

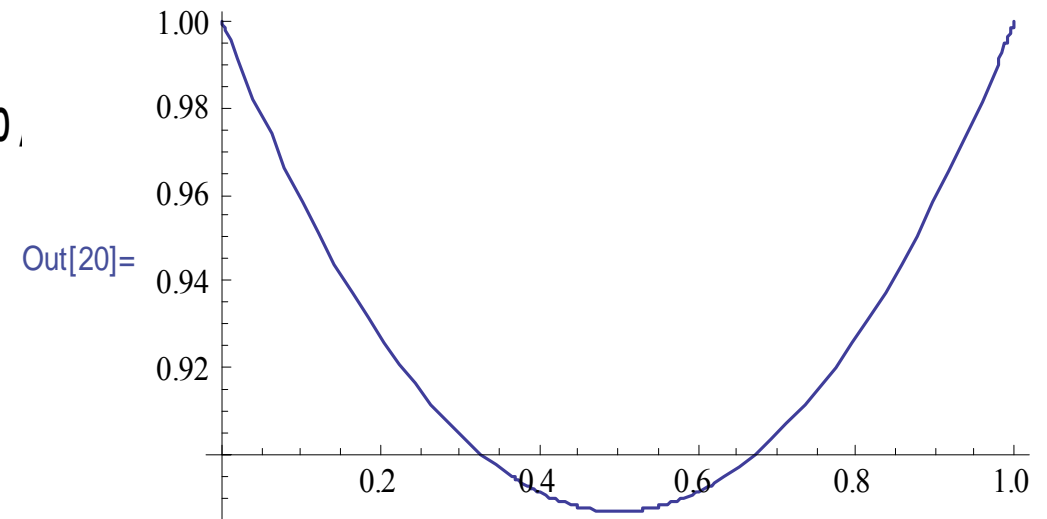
```
In[17]:= DSolve[y''[x] + 5 * y[x] - 6 * y[x] == 0, y[x], x]
```

```
Out[17]= {{y[x] -> e^x C[1] + e^-x C[2]}}
```

```
In[18]:= DSolve[{y''[x] + 5 * y[x] - 6 * y[x] == 0, y[0] == 1, y'[0] == -1}, y[x], x]
```

```
Out[18]= {{y[x] -> e^-x}}
```

```
In[20]:= Plot[%[[1, 1, 2]], {x, 0, 1}]
```



```
In[19]:= DSolve[{y''[x] + 5 * y[x] - 6 * y[x] == 0, y[0] == 1, y[1] == 1}, y[x], x]
```

```
Out[19]= {{y[x] -> \frac{e^{-x} (e + e^{2x})}{1 + e}}}}
```

αρχικές τιμές

ΔΕ χωρισμένων μεταβλητών

In[49]:= `DSolve[{y'[x] == (3 x^2 + 4 x + 2) / 2 / (y[x] - 1)}, y[x], x]`

Out[49]= $\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow 1 - \sqrt{1 + 2x + 2x^2 + x^3 + 2C[1]} \right\}, \left\{ y[x] \rightarrow 1 + \sqrt{1 + 2x + 2x^2 + x^3 + 2C[1]} \right\} \right\}$

In[15]:= `DSolve[y'[x] == x^2 y[x]^2 / Sqrt[3 - x^2], y[x], x]`

Out[15]= $\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow \frac{2}{x \sqrt{3 - x^2} - 3 \operatorname{ArcSin}\left[\frac{x}{\sqrt{3}}\right] - 2C[1]} \right\} \right\}$

In[16]:= `DSolve[y'[x] == x^2 Exp[y[x]] / Sqrt[3 - x^2], y[x], x]`

Out[16]= $\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow -\operatorname{Log}\left[\frac{1}{2} x \sqrt{3 - x^2} - \frac{3}{2} \operatorname{ArcSin}\left[\frac{x}{\sqrt{3}}\right] - C[1]\right] \right\} \right\}$

ΔE Bernoulli

In[17]:= DSolve[{y'[x] + x y[x] == x y[x]^2}, y[x], x]

Out[17]= $\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow -\left(\frac{1}{-1 + E^{x^2/2 + C[1]}} \right) \right\} \right\}$

In[2]:= DSolve[{y'[x] + 1/x y[x] == x^2 y[x]^2}, y[x], x]

Out[2]= $\left\{ \left\{ y[x] \rightarrow -\frac{2}{x (x^2 - 2 C[1])} \right\} \right\}$

ΔE Clairaut

```
In[46]:= DSolve[{(y'[x])^3 - x y'[x] + y[x] == 0}, y[x], x]
```

```
Out[46]= {{y[x] -> x C[1] - C[1]^3}}
```

```
In[1]:= DSolve[y[x] == x + y'[x] + y'[x]^2 + Exp[y'[x]], y[x], x]
```

```
Out[1]= {{y[x] -> e^{C[1]} + x C[1] + C[1]^2}}
```

LaplaceTransform

```
In[1]:= LaplaceTransform[t^4 Sin[t], t, s]
```

$$\text{Out[1]} = \frac{24 (1 - 10 s^2 + 5 s^4)}{(1 + s^2)^5}$$

```
In[2]:= LaplaceTransform[E^(-t), t, s]
```

$$\text{Out[2]} = \frac{1}{s + 1}$$

```
In[1]:= LaplaceTransform[f''[t], t, s]
```

$$\text{Out[1]} = -s f[0] + s^2 \text{LaplaceTransform}[f[t], t, s] - f'[0]$$

Η InverseLaplaceTransform είναι η αντίστροφη συνάρτηση

```
In[1]:= InverseLaplaceTransform[LaplaceTransform[f[t], t, s], s, t]
```

$$\text{Out[1]} = f[t]$$

Λύστε διαφορική εξίσωση με Laplace transforms:

```
In[1]:= LaplaceTransform[f''[t] + f[t] == Sin[t], t, s]
```

```
Out[1]= -s f[0] + LaplaceTransform[f[t], t, s] + s2 LaplaceTransform[f[t], t, s] - f'[0] ==  $\frac{1}{1 + s^2}$ .
```

Λύστε ως προς τον Laplace transform:

```
In[2]:= Solve[%, LaplaceTransform[f[t], t, s]]
```

```
Out[2]=  $\left\{ \left\{ \text{LaplaceTransform}[f[t], t, s] \rightarrow \frac{1 + s f[0] + s^3 f[0] + f'[0] + s^2 f'[0]}{(1 + s^2)^2} \right\} \right\}$ 
```

Βρείτε τον αντίστροφο

```
In[3]:= InverseLaplaceTransform[%, s, t]
```

```
Out[3]=  $\left\{ \left\{ f[t] \rightarrow \text{Cos}[t] f[0] + \frac{1}{2} (-t \text{Cos}[t] + \text{Sin}[t]) + \text{Sin}[t] f'[0] \right\} \right\}$ 
```

Βρείτε τη λύση με την DSolve:

```
In[4]:= DSolve[f''[t] + f[t] == Sin[t], f[t], t]
```

```
Out[4]=  $\left\{ \left\{ f[t] \rightarrow C[1] \text{Cos}[t] + C[2] \text{Sin}[t] + \frac{1}{4} (-2 t \text{Cos}[t] - 2 \text{Cos}[t]^2 \text{Sin}[t] + \text{Cos}[t] \text{Sin}[2 t]) \right\} \right\}$ 
```